

ニュートリノ質量模型

これまでとこれから

大阪大学 小出義夫

- 1 はじめに
- 2 仮定のいろいろ
- 3 質量の起源
- 4 Tri-bimaximal mixing とフレーバー対称性
- 5 これからどうする？



謝辞: このtalkにあたって, 谷本盛光・高橋亮・西浦宏幸の各氏のお世話になりました. 感謝!

1 はじめに

依頼:「この機会にデータをもとに取捨選択が進みつつある
ニュートリノ質量模型の現状を.」

本当に取捨選択が進みつつあるのか？

確かに過去はそうだったかもしれない。
しかし、これからは？



どうやらこれからは、模型屋が知りたい情報は
そう容易くは得られそうにもない。モデル取捨選択の決め手がない！

- ・Majorana か Dirac か？
- ・Normal hierarchy か Inverted hierarchy か？
- ・ θ_{13} の値は？
- ・ δ_{CP} の値は？
- ・ $\langle m_e \rangle$ の値は？ (Neutrinoless double beta decay)

1.1 模型に衝撃を与えた実験と理論の進展

- 1962: two neutrinos の発見 (Danky et al.) 1962: Maki-Nakagawa-Sakata (Katayama et al.)
- 1975: tau neutrino の発見 (Perl et al.) 1979: Seesaw mechanism (1977: Minkowski)
- 1980: Radiative mass (Zee model)
- 1985: MSW mechanism
- 1998: Non-zero neutrino mass の発見**
(大気ニュートリノ, Kajita et al.)
- 2001: Large $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ mixing 1999: Tri-bimaximal mixing
- 2002: (KamLAND)**
- (2001: LSND実験)

必ずしも理論屋は実験結果の追っかけをやっていたわけではない！
実験屋も理論屋の予想通りの実験結果を見つけてきたわけではない！

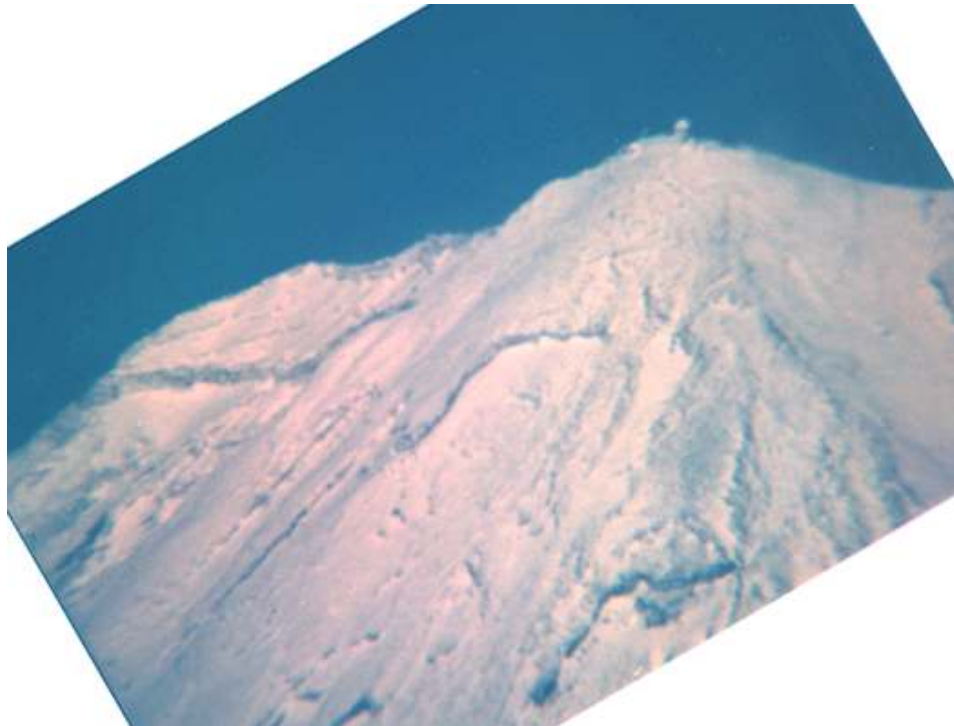
もう一度、基本的な問題に目を向けてみたい

1.2 質量行列モデルの目的

リアリスティックなクォーク・レプトンの
統一模型構築への手がかりを得る

ニュートリノ質量行列模型

(統一模型への視点) + (ニュートリノ固有の問題)



- ・ 単なるクォーク質量行列模型の応用問題ではない
(ニュートリノがマヨラナである可能性のため)
- ・ 現象論的にも両者はかなり異なった様相を示している

だからこそおもしろい！

「モデル」に「仮説(仮定)」は付きもの

2 仮定のいろいろ



2.1 「仮定」のレベル分け

Level 1: その程度の仮定(前提)は当然と誰しもが思う

- ・ Model-independent analysis e.g. Minakata, Yasuda, ...
- ・ 3 families を仮定
- ・ Majorana neutrinos と仮定, 即ち, $M_\nu^T = M_\nu$
- ・ Seesaw model を仮定
- ・ SUSY を仮定

Level 2: 特定の理論に基づく仮定

- ・ 特定のGUT(SO(10)など)を仮定
- ・ 特定のフレーバー対称性(A_4 など)を仮定
- ・ 仮説粒子の導入(sterile neutrinos, new Higgs scalars, etc.)

Level 3: 質量行列に特定の形を仮定(理論的裏付けなしに)

- ・ 特定のパラメーター間に現象論的關係を仮定
- ・ 特定のzero-texturesを仮定

Level 3 の例

$$\begin{aligned} M_e^{1/2} &= \frac{a}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{b}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & e^{i\delta} & e^{-i\delta} \\ e^{-i\delta} & 0 & e^{i\delta} \\ e^{i\delta} & e^{-i\delta} & 0 \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow \frac{a}{\sqrt{3}} \mathbf{1} + b \left\{ \frac{\cos \delta}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \frac{\sin \delta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \frac{a}{\sqrt{3}} \left\{ \mathbf{1} + \frac{b}{a} \sqrt{2} \begin{pmatrix} \cos(\delta + \frac{2}{3}\pi) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta + \frac{4}{3}\pi) & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$

もし $a=b$ を仮定すれば

$$m_e + m_\mu + m_\tau = \frac{2}{3} (\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2$$

を得る

今や「現象論的モデル」の段階を卒業して
「実体論的モデル」の段階へと入っている
「形」の探求から
「新しい粒子の導入とそこでの法則性」の探求

仮定は「Level 2」の段階

ただし、現状ではどのモデルでもパラメターの数が多すぎる
Level 3の仮定も補助的に用いざるを得ない

2.2 質量行列模型の評価基準

(1) How many predictions on masses and mixing

$N = (\# \text{ of observables}) - (\# \text{ of independent parameters})$

observable quantities: masses 3+3, mixing matrix 3+1+2

しかし当面は masses 3+2, mixing 2 が既知観測量

(2) How reasonable theoretical basis

できるだけレベル2以上の仮定を

(3) New phenomena predicted

e.g. lepton flavor violation, leptogenesis, new particle search

(4) Prospects 将来性

他の理論との関連: GUT, string,

(ニュートリノの質量と混合の説明だけを目的としていたわけではない！)

(1)だけでなく, (4)までも総合して評価すべき

現時点での予言力があまりないからと言って, 頭からのrule out すべきでない



3 質量の起源

3.1 荷電を持った基本粒子(フェルミオン)

Higgs による質量生成 $M_f = Y_f \langle H^0 \rangle$

もちろん, 他に Technicolor model, etc.

3.2 ニュートリノ固有の問題: なぜそんなに小さな値か?

ν_R 有り: $m_\nu^{Dirac} \sim m_\ell, m_q$ ν_R 無し: $m_\nu^{Dirac} = 0$

大から小へ

Seesaw mechanism

1977: Minkowski
1979: Yanagida,
Gell-Mann, Ramond, Slansky

→ Type I, Type II, Type III

ゼロから小を

Radiative mass generation

1980: Zee, Wolfenstein

→ model with R-parity violation
Valle (2000), Koide-Sato (2003),

その他: SUSYでは $\langle \tilde{\nu} \rangle \neq 0$ によっても質量が生まれる

3.3 質量スペクトルの起源

Tri-bimaximal mixing に示唆されるように、自然はデジタル的？

輻射質量起源説では質量の予言はアナログ的

(1) 質量スペクトルの起源は湯川結合定数の構造にあり

$$(M_f)_{ij} = (Y_f)_{ij} \langle H^0 \rangle$$

(1A) GUTを仮定するモデル

フレーバー対称性を仮定しなくても、レプトン質量行列はクォーク質量行列と強い関係が付いてしまう！

e.g. [Matsuda et al, PRD65, 033008 \(2002\)](#)

SO(10) model with 10- and 120-plets Higgs scalars

$$\begin{aligned} M_d &= M_0 + M_1 & M_e &= M_0 - 3M_1 & c_0 &= \frac{v_0^u}{v_0^d} = \frac{\langle h_{10}^u \rangle}{\langle h_{10}^d \rangle} \\ M_u &= c_0 M_0 + c_1 M_1 & M_D &= c_0 M_0 - 3c_1 M_1 & c_1 &= \frac{v_1^u}{v_1^d} = \frac{\langle h_{120}^u \rangle}{\langle h_{120}^d \rangle} \\ & & M_R &= c_R M_1 & & \end{aligned}$$

条件が強すぎて、リアリスティックな質量スペクトルに合わせられない(?)

SO(10) model に対して No-Go theory 的な意味を持つ！

(1B) Flavor symmetry を仮定するモデル

No-go theory の存在 (YK, PRD71 (2005); arXiv:0801.3491)

- ・ 1つのセクターに1つのHiggsしか関与しない標準模型では, もしそこに an exact flavor symmetry を要求すると, 観測されている 3 family mixing は実現できない!
- ・ Flavor symmetry は explicitly broken と考えるか, それとも 2つ以上のヒグスが関与するモデルを採用すべき

有限群(離散対称性)を仮定するモデル

幸いにして2つ以上のヒグスが関与するモデルとなっている

$$M_f = \sum_A Y_f^A \langle H_A^0 \rangle$$

各 H_A は互いに異なる変換性を持つ

詳しくは Sec.4 で紹介

(2) 質量スペクトルの起源はスカラーのVEV構造にあり

スカラー Φ_{ij} の存在を仮定

$$(M_f)_{ij} = \frac{y_f}{\Lambda} \langle (\Phi_f)_{ij} \rangle \langle H^0 \rangle$$

Y_f^{eff} の構造はポテンシャルの極小条件 (VEVスペクトル) を求めることに帰着

e.g. YK, MPL A5, 2319 (1990)





4 Tri-bimaximal mixing と フレーバー対称性

Also see a review by Yoshioka at the previous meeting on Nov. 2007

ニュートリノ振動の実験は近似的に tribimaximal mixing U_{TB} を示している

$$U_{TB} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

このようなきれいな数字の並びはニュートリノ混合に固有のもの

c.f. クォークでは $|V_{us}| \simeq \sqrt{\frac{m_d}{m_s}}$ アナログ的

この特徴的形を理解するために、離散対称性からのアプローチが多く試みられた

S3: Pakvasa-Sugawara (1978), S4: Yamanaka-Sugawara-Pakvasa (1982)

4.1 Permutation symmetry S_3

multiplets: 2, 1, 1'

$$\begin{pmatrix} \psi(2) \\ \psi(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_\pi \\ \psi_\eta \\ \psi_\sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}$$

逆に解けば

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\eta \\ \nu_\sigma \\ \nu_\pi \end{pmatrix}$$

即ち, charged lepton sector での質量固有状態が

$$(e_1, e_2, e_3) = (e, \mu, \tau) \quad \text{であるとき}$$

neutrino sector での質量固有状態は $(\nu_\eta, \nu_\sigma, \nu_\pi)$ であればよい.

$$\text{ただし, } m_\eta^2 < m_\sigma^2 \ll m_\pi^2 \quad \text{or} \quad m_\pi^2 \ll m_\eta^2 \sim m_\sigma^2$$

そうは言っても, S_3 だけからのモデルでは, このピクチュアの実現は難しい

4.2 よく利用されている有限群

Group	multiplets	Kronecker Product	Ref.
S_3	2 1, 1'	$2 \times 2 = 1 + 1' + 2$ $1' \times 1' = 1$	[1]
A_4	3 1, 1', 1''	$3 \times 3 = 1 + 1' + 1'' + 3 + 3$ $1' \times 1' = 1''$, $1'' \times 1'' = 1'$ $1' \times 1'' = 1$	[2]
S_4	3, 3' 2, 1, 1'	$3 \times 3 = 1 + 2 + 3 + 3'$ $3 \times 3' = 1' + 2 + 3 + 3'$	[3]
D_4	2 1_{++} , 1_{+-} 1_{-+} , 1_{--}	$2 \times 2 = 1_{++} + 1_{+-} + 1_{-+} + 1_{--}$ $1_{+-} \times 1_{-+} \times 1_{--} = 1_{++}$	[4]

[1] Kubo, et al. PTP 109, 795 (2003);

Kobayashi, Kubo, Terao, PLB568, 83 (2003)

[2] Altarelli, Feruglio, NPB720, 64 (2005); NPB741, 215 (2006).

[3] Yamanaka, Sugawara, Pakvasa, PRD25, 1895 (1982).

Hagedorn, Linder, Mohapatra, JHEP 0606, 042 (2006)

[4] Grimus, Lavoura, PLB572, 189 (2003);

Ishidori, Kobayashi, Ohki, Omura, Takahashi, Tanimoto, PLB662, 178 (2008)

4.3 京都・新潟模型

有限群を用いる典型例として、最近の仕事を紹介する

Ishidori, Kobayashi, Ohki, Omura, Takahashi, Tanimoto, PLB662, 178 (2008)

	D_4	Z_2
ℓ_L	$1_{++} + 2$	$+$
$(e_R)^c$	$1_{++} + 2$	$-$
$(\nu_R)^c$	$1_{++} + 2$	$+$
h_L	1_{++}	$+$
χ	1_{++}	$-$
χ_{-+}	1_{-+}	$-$
(χ_1, χ_2)	2	$+$

Grimus-Lavoura (2003)
の改良・発展版

**$SU(2)_L$ doublet Higgs を
1つにした!**

$$\alpha = \frac{\langle \chi_1 \rangle}{\Lambda} = \frac{\langle \chi_2 \rangle}{\Lambda} = 1.6^{-3}$$

$$M_e \simeq \begin{pmatrix} m_{e1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{e2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{e3} \end{pmatrix}$$

$$M_D = v \begin{pmatrix} y_1 & y_{12}\alpha & y_{12}\alpha \\ y_{21}\alpha & y_2 & y_{23}\alpha^2 \\ y_{21}\alpha & y_{32}\alpha^2 & y_2 \end{pmatrix} \simeq v y_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix}$$

$$M_R = \begin{pmatrix} M_1 & y_a \Lambda \alpha & y_a \Lambda \alpha \\ y_a \Lambda \alpha & M_2 & y_b \Lambda \alpha^2 \\ y_a \Lambda \alpha & y_b \Lambda \alpha^2 & M_2 \end{pmatrix} \simeq M_1 \begin{pmatrix} 1 & y & y \\ y & z & 0 \\ y & 0 & z \end{pmatrix}$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} A & B & B \\ B & C & D \\ B & D & C \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} z^2 & -xyz & -xyz \\ -xyz & x^2(z-y^2) & x^2 y^2 \\ -xyz & x^2 z^2 & x^2(z-y^2) \end{pmatrix}$$

M_e, M_D は近似的にほぼ対角型であることに注意

U_{MNS} の構造は M_R から来る

これは古くから知られた2-3対称性の行列形

$\Rightarrow \theta_{23} = \pi/4, \theta_{13} = 0$ を予言

$\Delta m_{atm}^2, \Delta m_{solar}^2, \theta_{12}$ は予言ではなく, Inputs に過ぎない

有限群に基づくモデルの現状

- ・ $\theta_{23} = \pi/4, \theta_{13} = 0$ は説明可能
- ・ 沢山の独立なパラメーターが登場 (singlets を作る組み合わせが多すぎる)
それらは $\Delta m_{atm}^2, \Delta m_{solar}^2, \theta_{12}$ を inputs として制限
- ・ U_{TB} の説明には多少の付加的仮定が必要

ともかく、問題を起こさない(FCNCなど)モデルを作れただけでも大成功と言えるのが現状

Tri-bimaximal mixing と荷電レプトン質量公式にこだわる限り
この路線は意味がありそう

それではクォークセクターにも同じ路線が通用するか？

一般には、フレーバー離散対称性を考えるモデルはGUT模型との相性は悪そう！

4.4 An empirical mass matrix without a discrete symmetry

ちょっと奇妙な形の質量行列

YK, arXiv.0804.4267 (To appear in PLB)

- (1) O(3) 1+5 scalars Y_f ($f = u, d, \nu, e$), Y_R , Φ_u , Φ_d の存在を仮定
Effective Yukawa c.c. は $Y_f^{eff} = \langle Y_f \rangle / \Lambda$ によって与えられる
- (2) SUSY真空条件 ($\partial W / \partial Y_f = 0$ など)により $\langle Y_f \rangle$ の間の関係式を求める.

$$M_\nu = m_D M_R^{-1} m_D^T$$

$$m_D \propto \langle Y_e \rangle$$

$$M_R \propto \langle Y_e \rangle \langle Y_u^{1/2} \rangle + \langle Y_u^{1/2} \rangle \langle Y_e \rangle \quad \langle Y_u^{1/2} \rangle = \langle \Phi_u \rangle$$

ここまでは比較的まっとうなモデルからの結論

しかし, U_{MNS} を計算するには, M_e が対角型の flavor basis (“e-basis”)

での, M_ν の形を知らねばならない. 特に $\langle Y_u^{1/2} \rangle_e$ の形を!

我々は, “d-basis”での形なら知っているのだが:

$$\langle Y_u \rangle_d = V^T(\delta) \langle Y_u \rangle_u V(\delta)$$

where V is the CKM mixing matrix.

(3) 現象論的仮定(理論的根拠なし!)

$$\langle Y_u^{1/2} \rangle_e = V(\delta)^T \langle Y_u^{1/2} \rangle_u V(\delta)$$

(4) Observed up-quark masses, charged lepton masses and CKM matrix parameters を代入して次の結果を得る:

δ	$\sin^2 2\theta_{23}$	$\tan^2 \theta_{12}$	$ U_{13} $	$\Delta m_{21}^2 / \Delta m_{32}^2$
0	0.3831	0.4170	0.01132	0.00262
60°	0.7574	0.4186	0.00919	0.00171
90°	0.9179	0.4469	0.00648	0.00118
120°	0.9818	0.4813	0.00386	0.00091
180°	0.9997	0.5125	0.00010	0.00074

観測されているCKMでは, $\delta \simeq \pi/3$ であるが, これでは θ_{23} が全く合わない

しかるに, $|\delta| \geq 2\pi/3$ では見事な tri-bimaximal mixing を与えてくれる

これは何を意味するか?

有限群の適用はクォークセクターにも適用可能を示唆(?)

5 これからどうする？



実験

従来路線
の延長

- ・ニュートリノ質量と混合の精密実験
- ・未決定パラメターの検出

新しい方向

**Search for Neutrinos in
Astrophysics & Cosmology**
Dark matter search
Sterile neutrinos
Search for SUSY partners

古くて
新しい問題

CP violating phase の測定

理論

- ・既存モデルの改良と発展
より高度の群の利用はそろそろ
限界では？ (c.f. GUT)

新しい実験の流れに乗る
Dark matter
Leptogenesis
Sterile neutrinos

- ・導入された新しい粒子の積極的評価
→ 新現象の予言に積極的に取り組むべき
LHCで検出可能なニュートリノモデルを！
- ・あまりにモデルが多すぎる
→ 「モデル殺し」の研究
- ・クォークとの統一モデル
- ・クォークとの異質性のオリジンの探求

理論においても実験においても、今、何か breakthrough が必要



光が見えている.....

Thank you