

# 原子炉実験による $\theta_{13}$ の測定と パラメター縮退の問題 (その他のレビューを含む)

杉山 弘晃 (都立大)

## Degeneracy problem とは？

$$P_{e\mu} \equiv P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}, \quad \bar{P}_{e\mu} \equiv P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu},$$

$$S \equiv \{\theta_{13}, \delta, \theta_{23}, \text{sign}(\Delta m_{31}^2)\},$$

$\exists S' \text{ s.t. } S' \neq S$  <sup>true values</sup>

$$P_{e\mu}(S') = P_{e\mu}(S), \quad \bar{P}_{e\mu}(S') = \bar{P}_{e\mu}(S)$$

$P_{e\mu}, \bar{P}_{e\mu}$  が得られても、パラメーターを決められない！  
→ “parameter degeneracy problem”

(実際には probability が degenerate)

※  $S' = S$  のような状況にも「degenerate」が使われたりするので、論文を読む場合は注意。

ex. “The two solutions degenerate into one.”

## Degeneracy problem の発見

J. Burguet Castell et al., Nucl. Phys. **B** 608, 301 (2001)

しばらくの間、 $\text{sign}(\Delta m_{31}^2)$  と  $\theta_{23}$  は既知とする

$$P_{e\mu} = X\theta_{13}^2 + Y\theta_{13}\cos\left(\delta - \frac{\Delta_{31}}{2}\right) + P_\odot,$$

$$\bar{P}_{e\mu} = \bar{X}\theta_{13}^2 + \bar{Y}\theta_{13}\cos\left(-\delta - \frac{\Delta_{31}}{2}\right) + P_\odot,$$

$$\theta_{13}^3, \left(\frac{\Delta_{21}}{\Delta_{31}}\right)^2, \left(\frac{\Delta_{21}}{aL}\right)^2, (\Delta_{21})^2 \ll 1$$

$$\Delta_{ij} \equiv \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \equiv \frac{L}{2E}(m_i^2 - m_j^2)$$

※  $\Delta_{ij}$  の定義は人に依るので注意。

- $P_{e\mu}$  が得られたら ...?

$$P_{e\mu} = P_{e\mu}(\theta_{13}, \delta) \quad (\theta_{13}, \delta : \text{true values})$$

$P_{e\mu}(\theta_{13}, \delta) = P_{e\mu}(\theta'_{13}, \delta')$  を解くと

$$\theta'_{13} = \theta_{13} - \frac{Y}{X} \left\{ \cos\left(\delta' + \frac{\Delta_{31}}{2}\right) - \cos\left(\delta + \frac{\Delta_{31}}{2}\right) \right\}$$

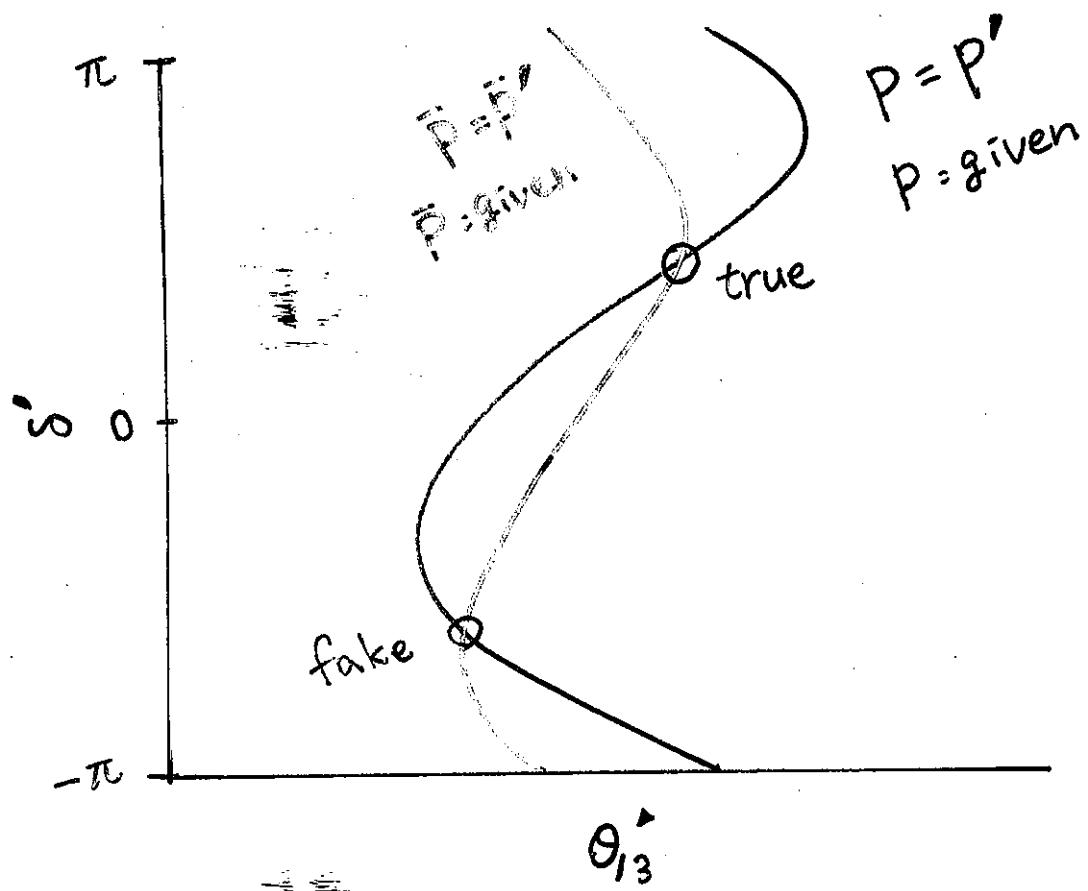
- $\bar{P}_{e\mu}$  が得られたときも同様

$$P_{\text{ex}}(\theta_{13}, \delta) = P_{\text{ex}}(\theta'_{13}, \delta') \text{ と}$$

$\bar{P}_{\text{ex}}(\theta_{13}, \delta) = \bar{P}_{\text{ex}}(\theta'_{13}, \delta')$  は 2 点で交わる



解を決められない



もう少しなんとかならないか？

解の組が複数出るのは、 $P_{e\mu}$  と  $\bar{P}_{e\mu}$  の 2つでは不可避！  
たくさん実験するしかないのか？

→ 実験 2つだけでも、性質改善できる

○ “silver channel” ( $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ ) を使ってみる

A. Donini et al., Nucl. Phys. B 646, 321 (2002)

$$P_{e\mu} = X\theta_{13}^2 + Y\theta_{13} \cos\left(\delta - \frac{\Delta_{31}}{2}\right) + P_\odot,$$

$$P_{e\tau} = X^\tau\theta_{13}^2 - Y\theta_{13} \cos\left(\delta - \frac{\Delta_{31}}{2}\right) + P_\odot^\tau$$

$$\text{cf. } \bar{P}_{e\mu} = \bar{X}\theta_{13}^2 + \bar{Y}\theta_{13} \cos\left(-\delta - \frac{\Delta_{31}}{2}\right) + P_\odot$$

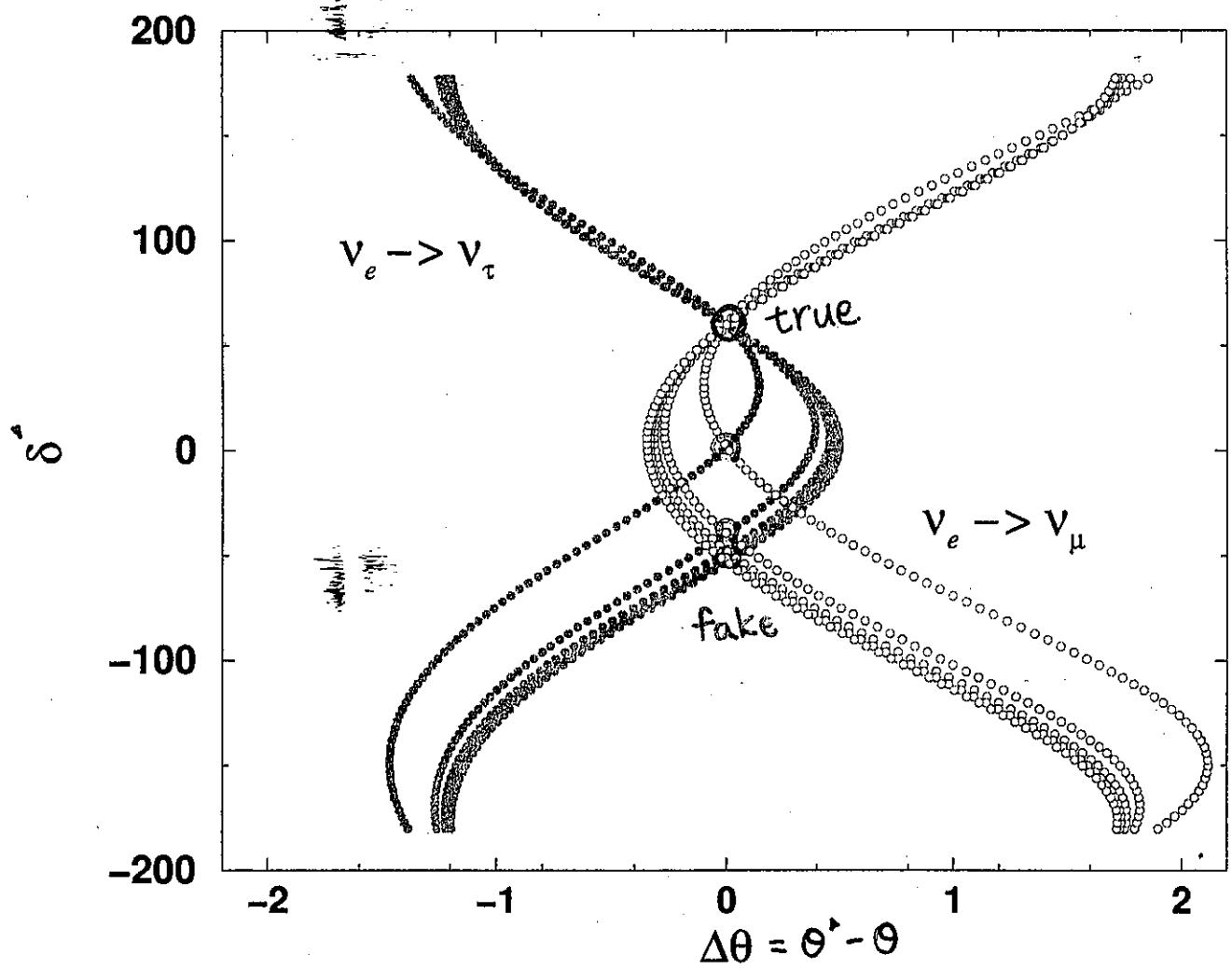
\*  $P_{e\mu}$  と  $P_{e\tau}$  は位相が  $\pi$  ずれているので、

1 : 常に  $\theta_{13} = \theta'_{13}$  !

2 :  $\theta - \delta$  空間での曲線が大きく異なる

→ allowed region を描くとき性質的に有利

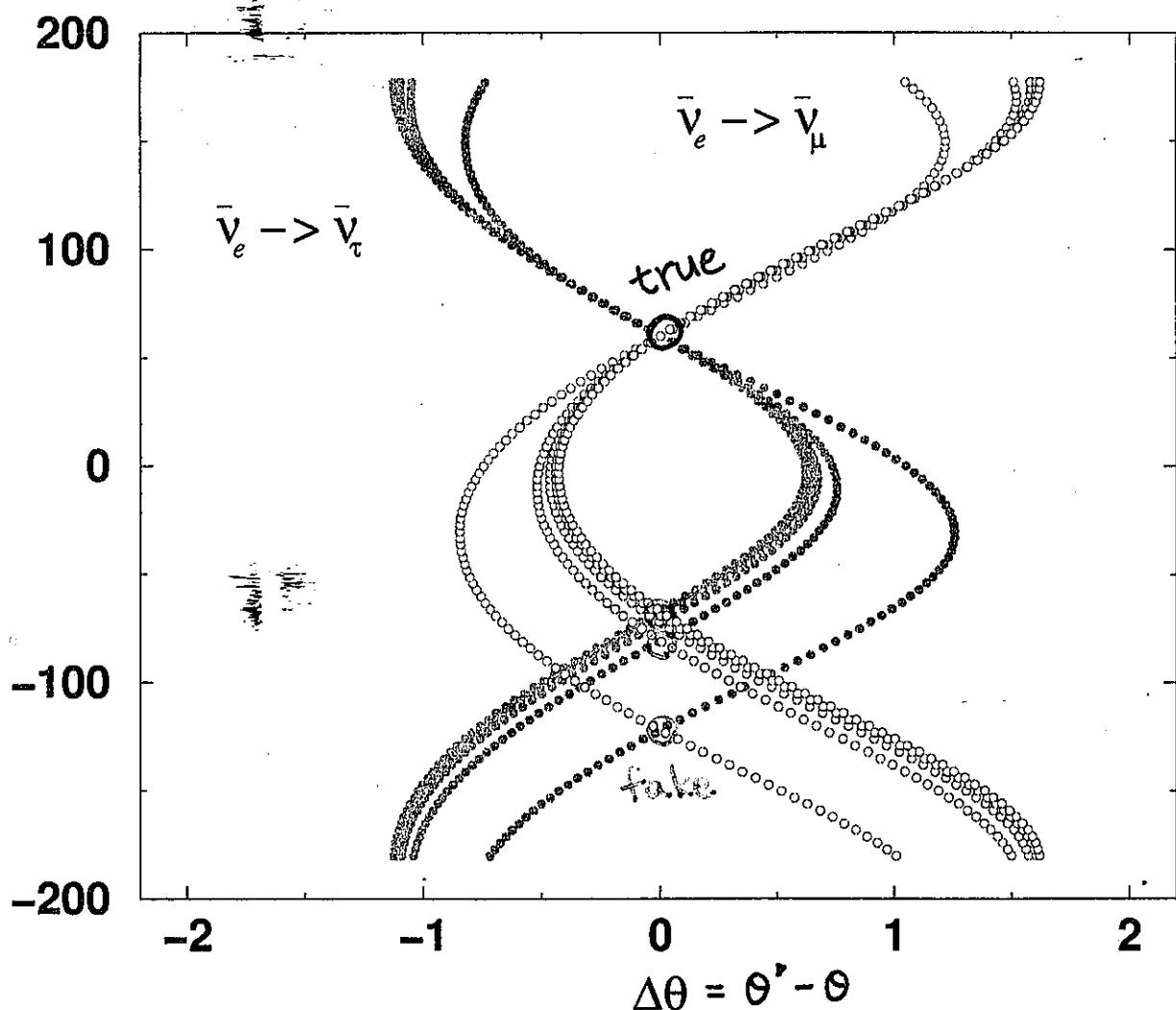
$P_{\text{ex}}, P_{\text{et}}$  : given  
 true value :  $\theta = 5^\circ, \delta = 60^\circ$   
 $L = 732 \text{ km}, E \in [5, 50] \text{ GeV}$

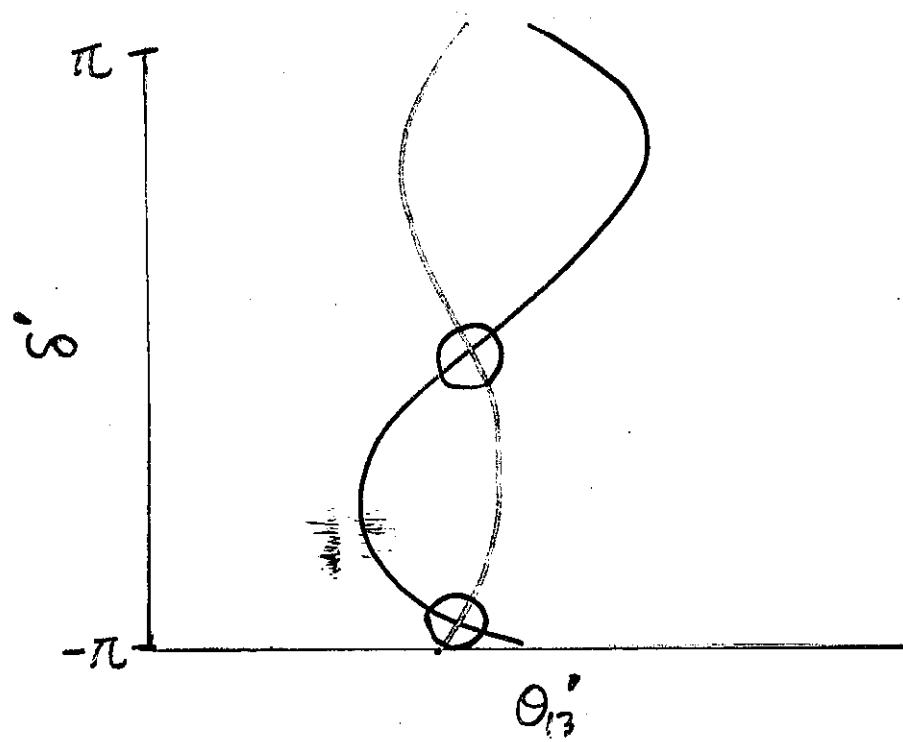
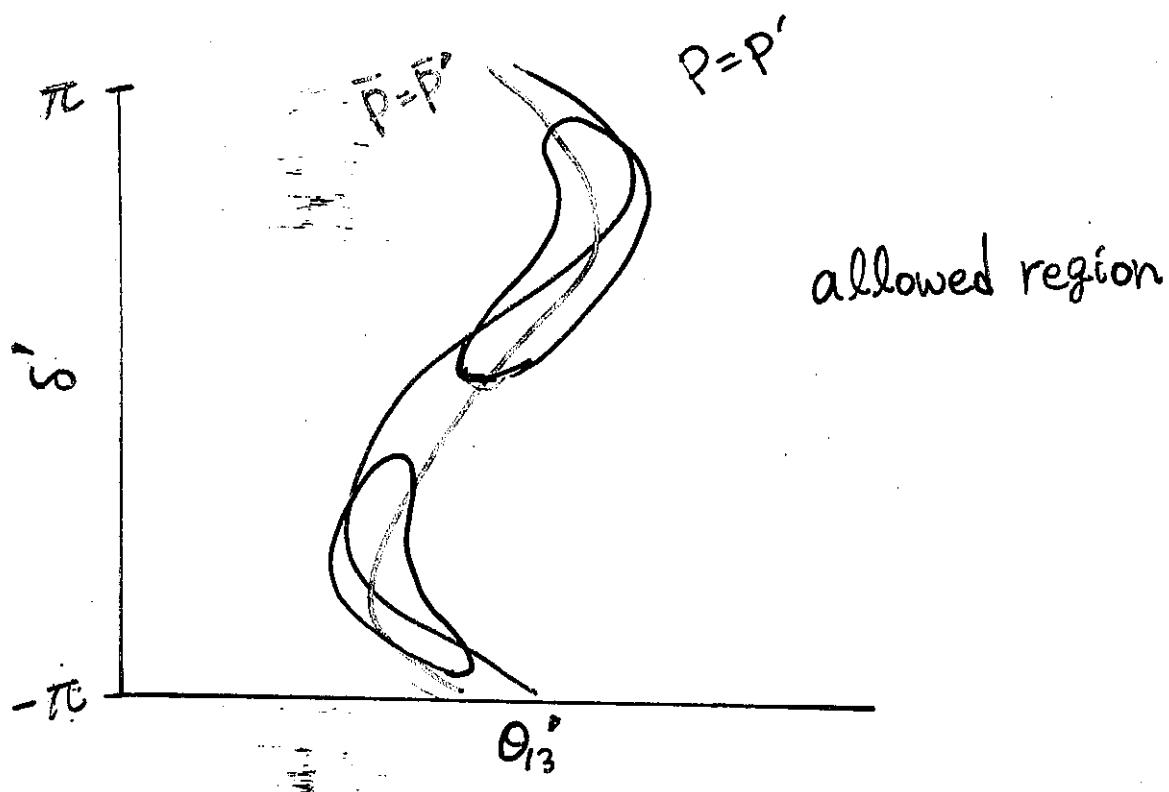


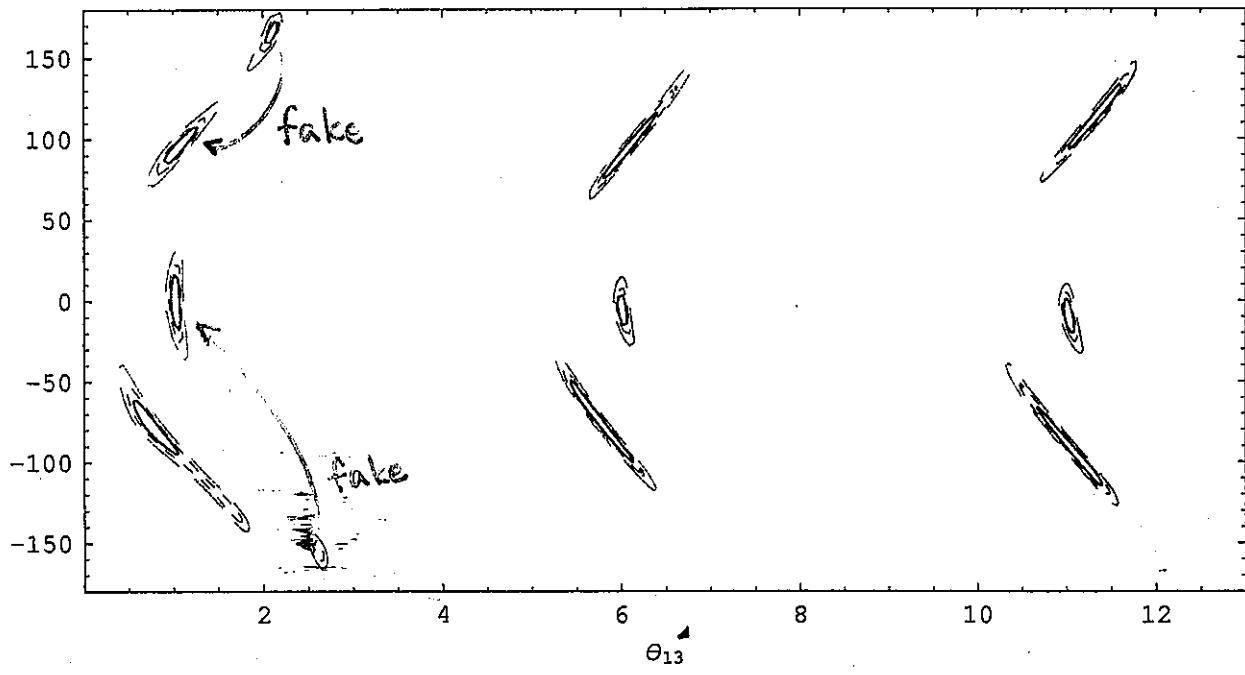
$\bar{P}_{e\mu}, \bar{P}_{e\tau}$  : given

true value :  $\theta = 5^\circ, \delta = 60^\circ$

$L = 732 \text{ km}, E \in [5, 50] \text{ GeV}$



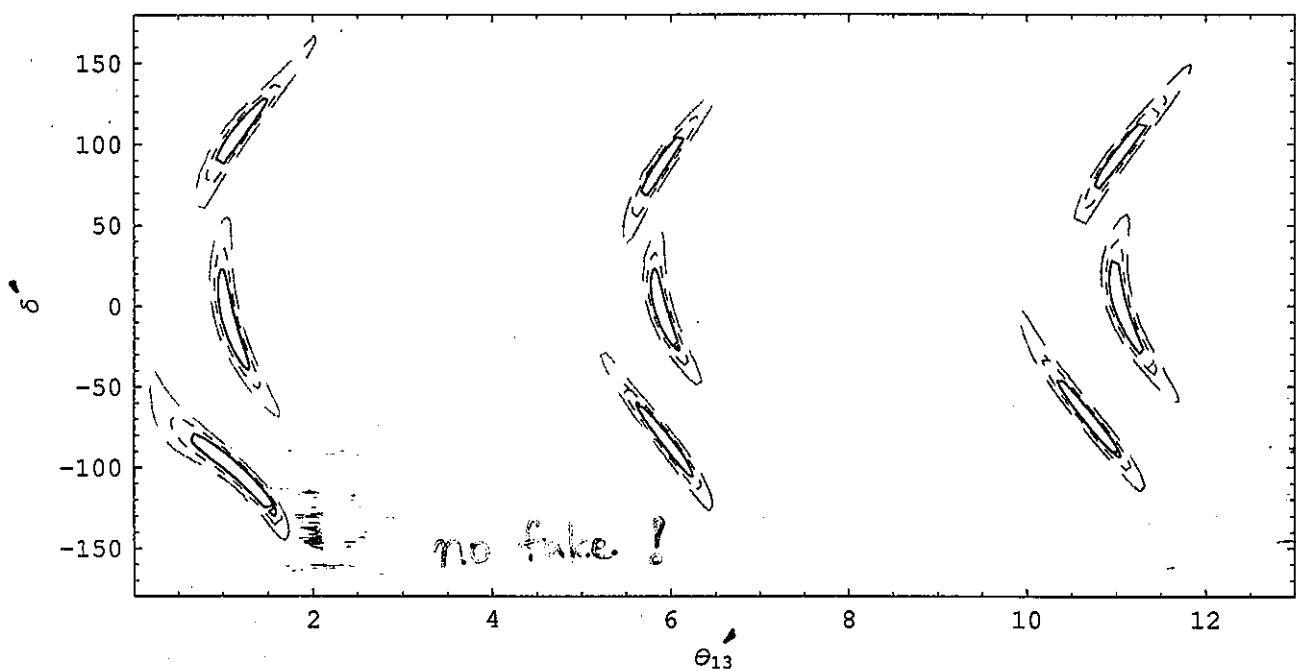




68.5, 90, 99% CL

$\underline{\nu_e} \rightarrow \underline{\nu_\mu}, \overline{\nu_e} \rightarrow \overline{\nu_\mu}$  : 200 kt·yr at 732 km,  
3000 km

true value :  $\theta = 1^\circ, 6^\circ, 11^\circ$   
 $\delta = -90^\circ, 0^\circ, 90^\circ$



68.5, 90, 99% CL

$\overline{\nu}_e \rightarrow \overline{\nu}_\mu$  : 200 kt·yr at 3000 km

→  $\overline{\nu}_e \rightarrow \overline{\nu}_\tau$  : 100 kt·yr at 732 km

Silver channel true value :  $\Theta = 1^\circ, 6^\circ, 11^\circ$   
 $\delta = -90^\circ, 0^\circ, 90^\circ$

○ oscillation maximum で実験する

T. Kajita et al., Phys. Lett. **B** 528, 245 (2002)

となるようになる

(mono-energetic beam でなくても同様のことが可能)

$$P_{e\mu} = X\theta_{13}^2 + Y\theta_{13} \cos\left(\delta - \frac{\Delta_{31}}{2}\right) + P_\odot,$$

$$\bar{P}_{e\mu} = \bar{X}\theta_{13}^2 + \bar{Y}\theta_{13} \cos\left(\delta + \frac{\Delta_{31}}{2}\right) + P_\odot$$

位相が  $\pi$  ずれているので、silver channel の場合と同様の利点がある

( $\theta'_{13} = \theta_{13}$ 。 allowed region で性質的に有利)

さらに、 $\delta' = \pi - \delta$  (CP が破れているかどうかはわかる!)

$$\therefore \sin \delta' = \sin \delta - 2 \frac{\sin \delta - z \cos \delta}{1 + z^2} \rightarrow \sin \delta$$

$$\cos \delta' = \cos \delta + 2z \frac{\sin \delta - z \cos \delta}{1 + z^2} \rightarrow -\cos \delta$$

$$z \propto \tan \frac{\Delta_{31}}{2}$$

\* oscillation maximum では、特徴が真空とほぼ同じ

• eight-fold degeneracies

V. Barger et al., Phys. Rev. D 65, 073023 (2002)

$\text{sign}(\Delta m_{31}^2)$  と  $\theta_{23}$  が既知の場合、 $P_{e\mu}$  と  $\bar{P}_{e\mu}$  を与える  $\{\theta_{13}, \delta\}$  は2組ある。



真空の振動実験でわかるのは  $|\Delta m_{31}^2|$ 。

$P_{\mu\mu}$  でわかるのは  $\sin^2 2\theta_{23}$ 。

case	$\text{sign}(\Delta m_{31}^2)$	$\theta_{23}$
I	+	$< \pi/4$
II	-	$< \pi/4$
III	+	$> \pi/4$
IV	-	$> \pi/4$

それぞれの case について、 $\{\theta_{13}, \delta\}$  が2組ずつ現れる。



$P_{e\mu}$  と  $\bar{P}_{e\mu}$  を与える解は8組ある！

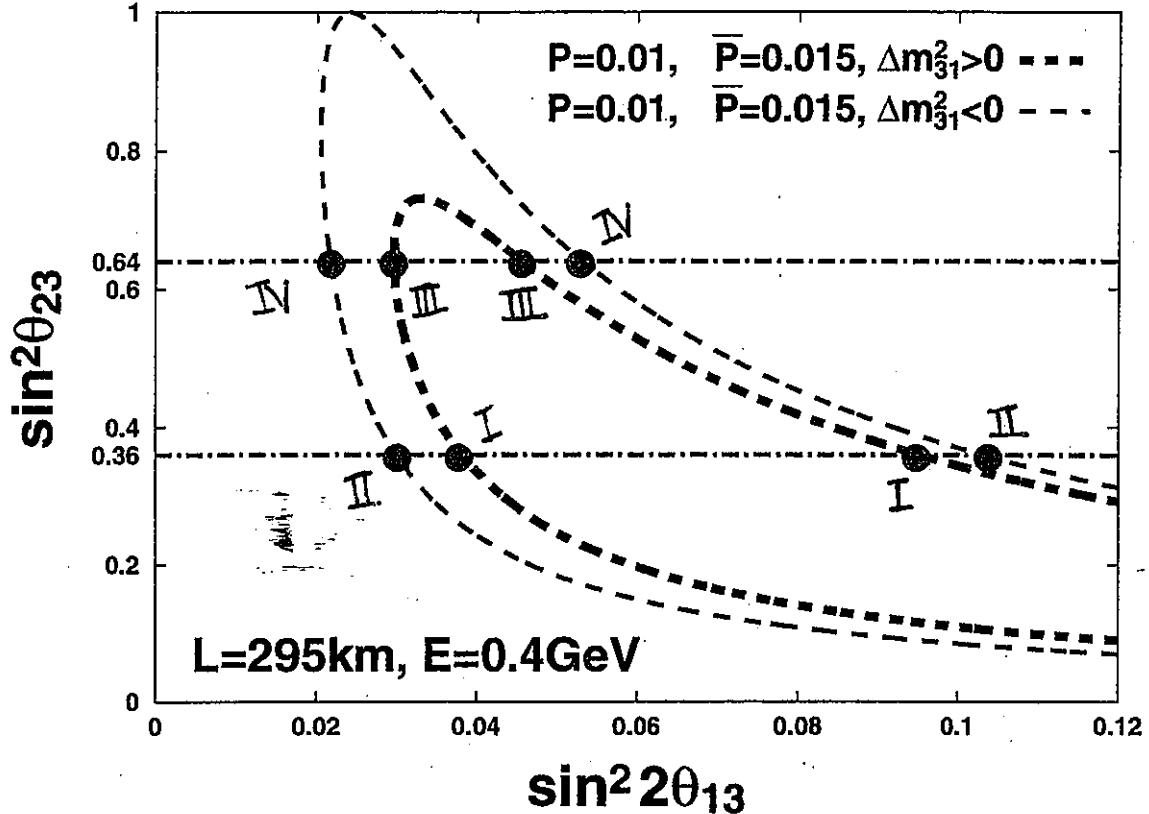


FIG. 3: The contours are depicted on the  $\sin^2 2\theta_{13}$ - $\sin^2 \theta_{23}$  plane that are determined by given values of the appearance probabilities  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = 0.01$  and  $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) = 0.015$ . The thick and the thin dotted lines correspond to positive and negative  $\Delta m_{31}^2$ , respectively. The present bound on  $\sin^2 \theta_{23}$  ( $0.36 < \sin^2 \theta_{23} < 0.64$ ) from the atmospheric neutrino data is denoted by the dotted dash lines. There are four solutions for each  $s_{23}^2$  that are allowed for a given value of  $\sin^2 \theta_{23}$  to be measured in LBL experiments.  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.92$  is assumed in this figure and there are eight solutions which are denoted by blobs. The oscillation parameters are taken as follows:  $\Delta m_{31}^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ ,  $\Delta m_{21}^2 = 6.9 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ ,  $\tan^2 \theta_{12} = 0.38$ . The Earth density is taken to be  $\rho = 2.3 \text{ g/cm}^3$ .

## 解の決定に必要な実験数

V. Barger et al., Phys. Rev. D 66, 053007 (2002)

素朴には、8つの解は第3の実験に対して別々の予言。

→ 第3の実験で解が1つに決まる。

…が、だめな場合もある。

$$N(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = A_1 x^2 + A_2 x \cos \delta + A_3 x \sin \delta + A_4$$

$$x \equiv \sin \theta_{23} \sin 2\theta_{13}$$

3つ実験 ( $\bar{\nu}$  もOK) をすると、

$$\vec{N} = \mathbf{A} \cdot \vec{x} + \vec{A}_4, \quad \vec{x} \equiv (x^2, x \cos \delta, x \sin \delta)^T$$

自然が case I と II を選択しているとき、case II と  $\vec{x}'$  で再現できるか？

$$\mathbf{A}^I \cdot \vec{x} + \vec{A}_4^I = \vec{N} = \mathbf{A}^{II} \cdot \vec{x}' + \vec{A}_4^{II}$$

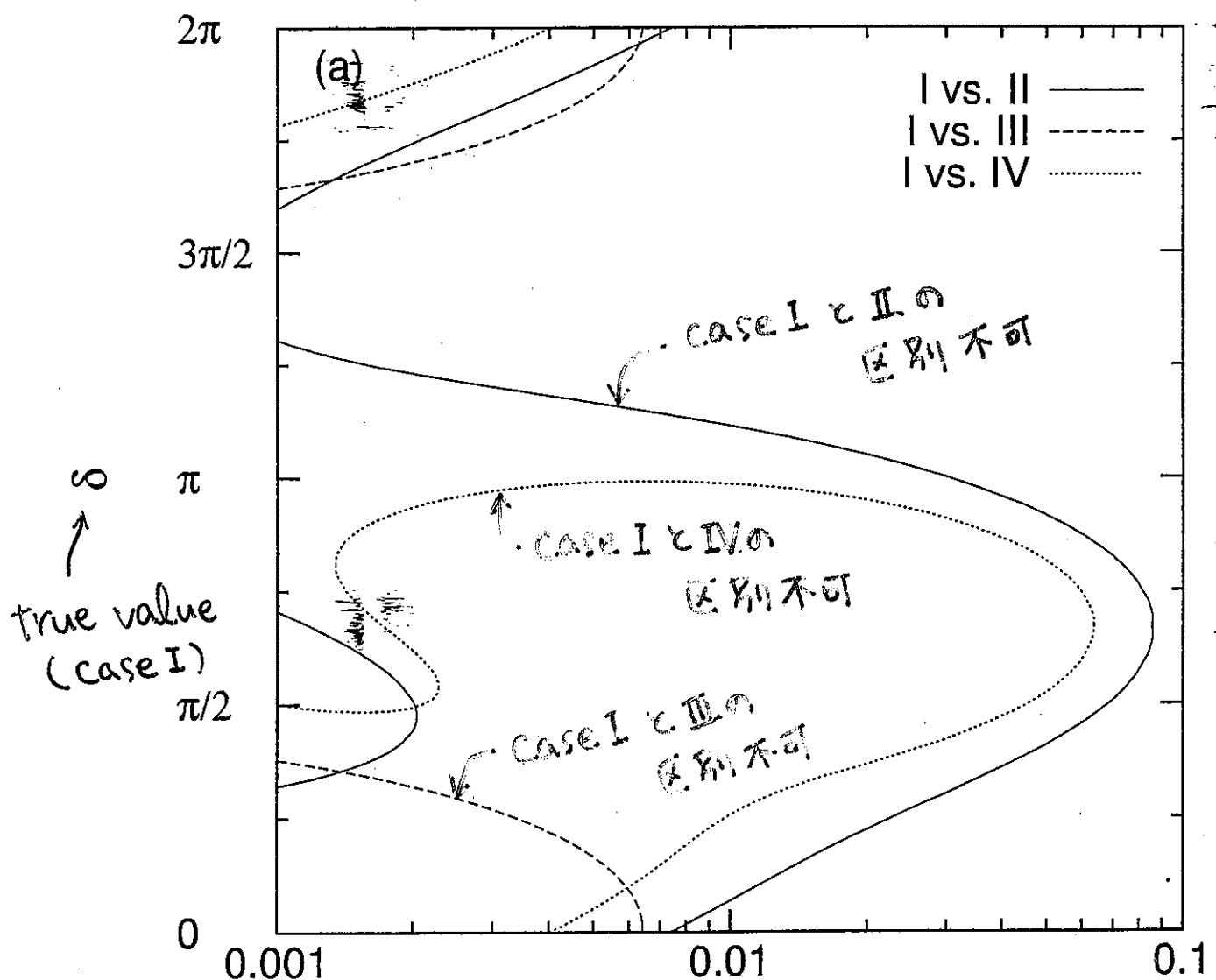
$\vec{x}'$  を求め、 $(x')^2 = (x' \cos \delta')^2 + (x' \sin \delta')^2$  に代入



偽の解を持つ (,,) の場所がわかる (存在する)

~~three~~  $V_{\mu} \rightarrow V_e : L = 730 \text{ km}$   
 $E = 2.66, 1.77, 1.33 \text{ GeV}$   
 $(|\Delta_{31}| = 2\pi/3, \pi, 4\pi/3)$

線上では fake が残る



$$\sin^2 2\theta_{13}$$

↑ true value (case I)

4つならどうだ

four  $V_{\mu} \rightarrow V_e : L = 730 \text{ km}$   
 $E = 5.31, 2.66, 1.77, 1.33 \text{ GeV}$   
( $|\Delta_{31}| = \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3$ )

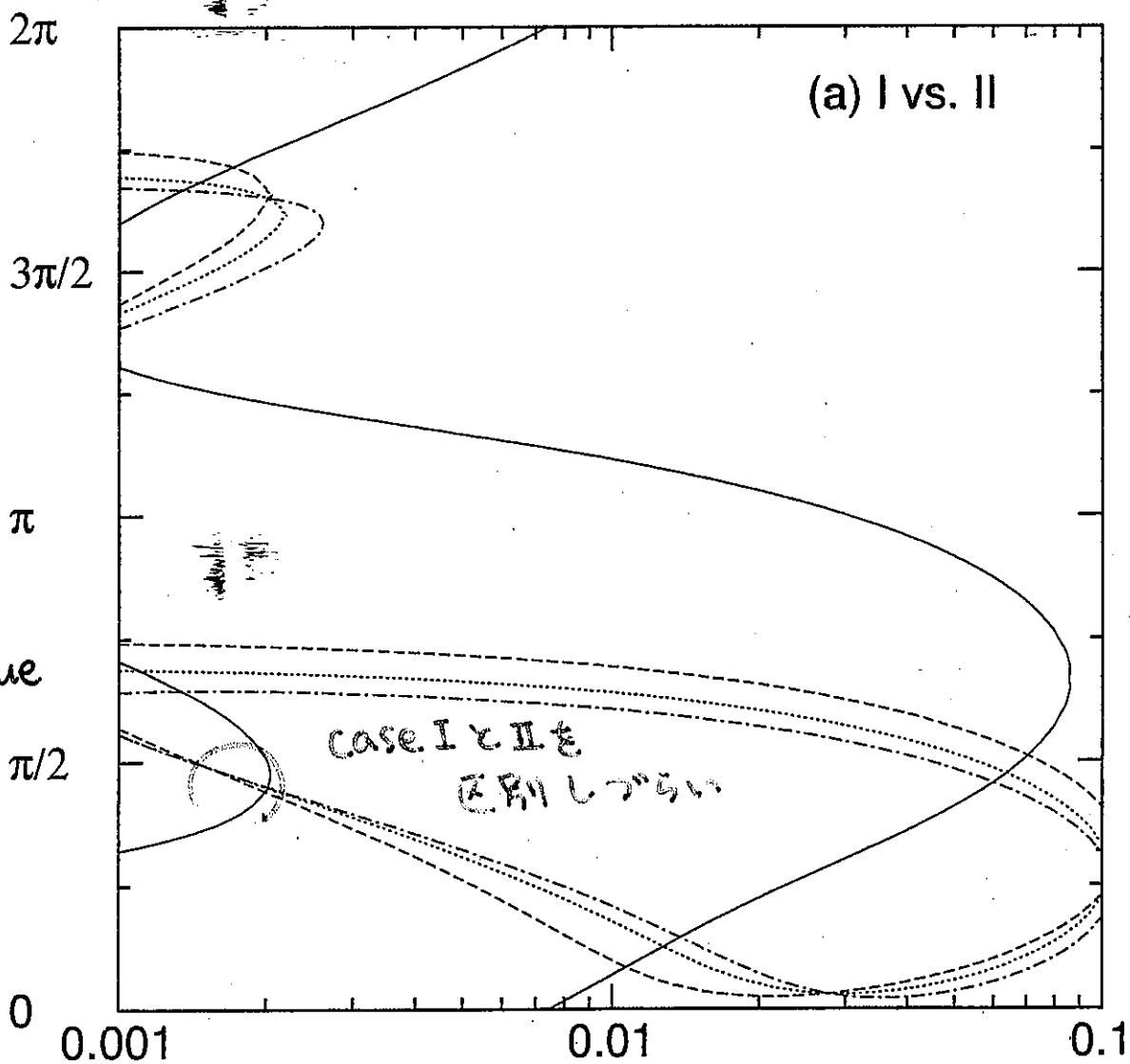


four "three  $V_{\mu} \rightarrow V_e$  subgroups"



4本の曲線が1点で交わると。

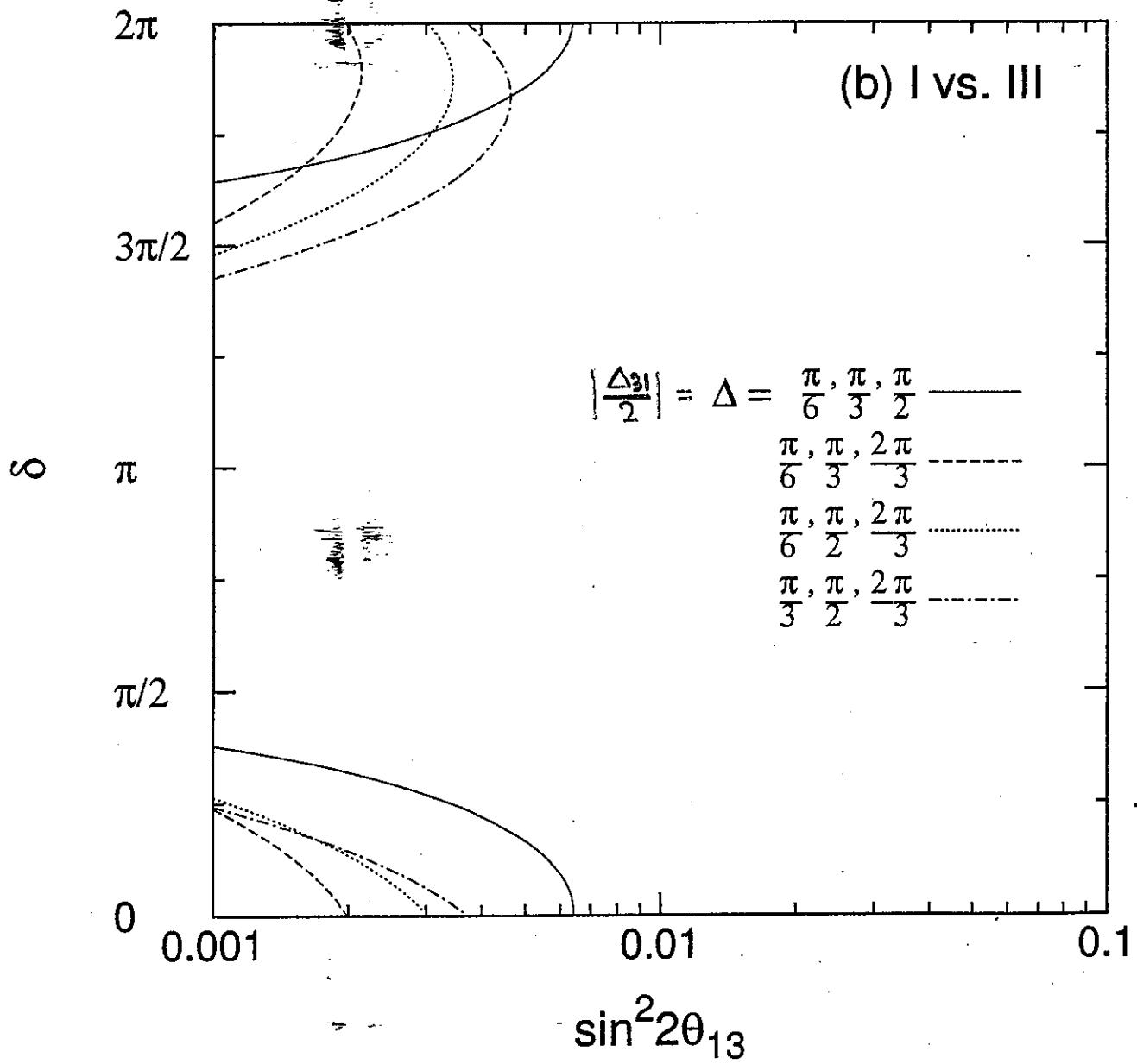
そこは fake を持つ



$\sin^2 2\theta_{13}$

40

↑ true value (case I)

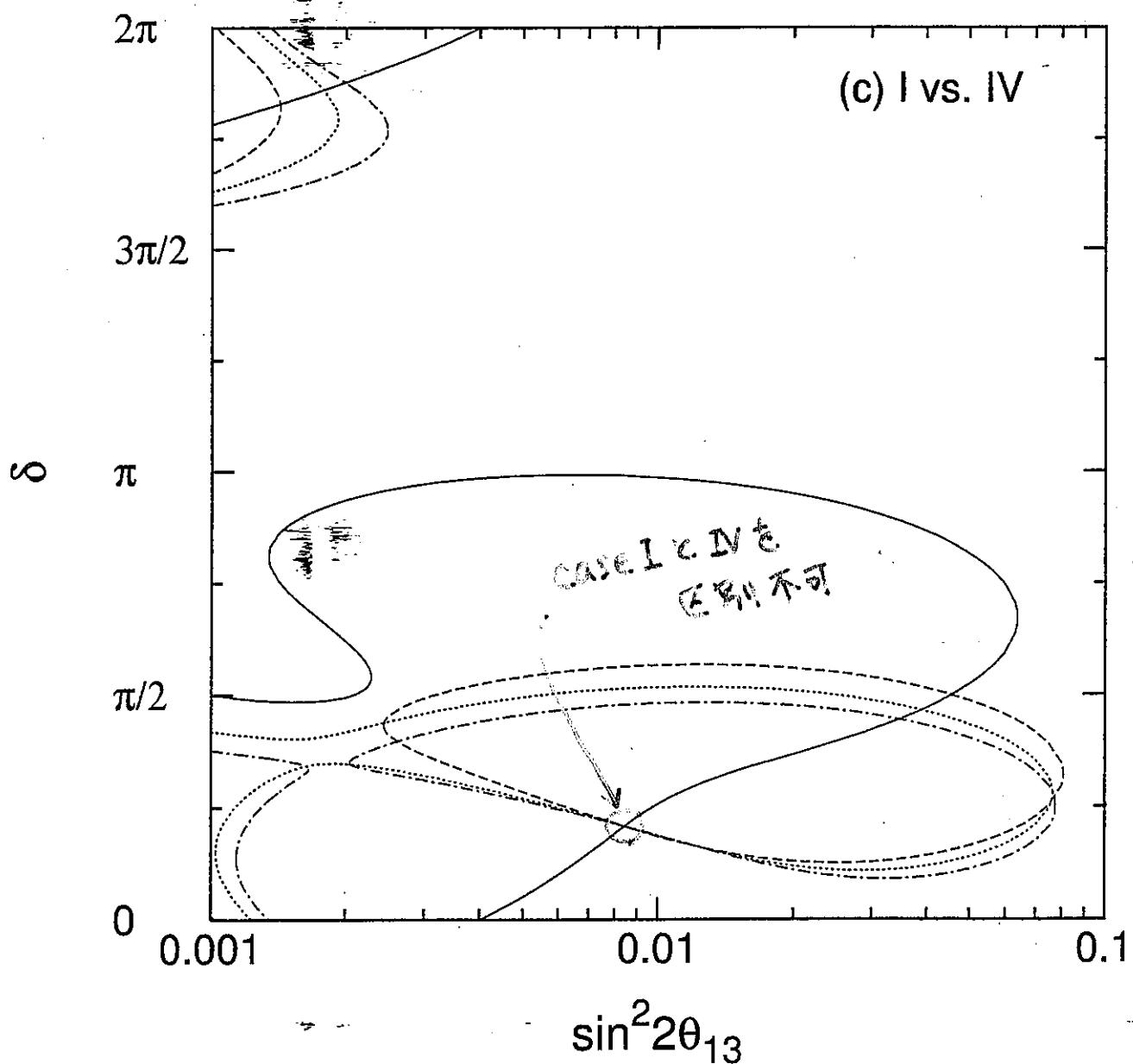


fakeを持つ  $(\theta_{13}, \delta)$  は。

three measurements : on lines

four " : at points

five " : no fake ?



## degeneracy と、原子炉実験による $\theta_{13}$ 測定

原子炉実験による  $\theta_{13}$  の測定は、

$\delta, \theta_{23}$  に依らない

$\text{sign}(\Delta m_{31}^2)$  の効果は  $\Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$  が抑える

→ degeneracy problem に悩まされない

ここでは、 $\theta_{13}$  が測定できたと仮定する。

LBL と組み合わせれば degeneracy を解ける？

→ 原理的には可能

(通常、8つの解は異なる  $\theta_{13}$  を持つので)

あるていど定量的にやってみる。

(実験の詳細は末包さんのトークで)

### ○ LBL の設定

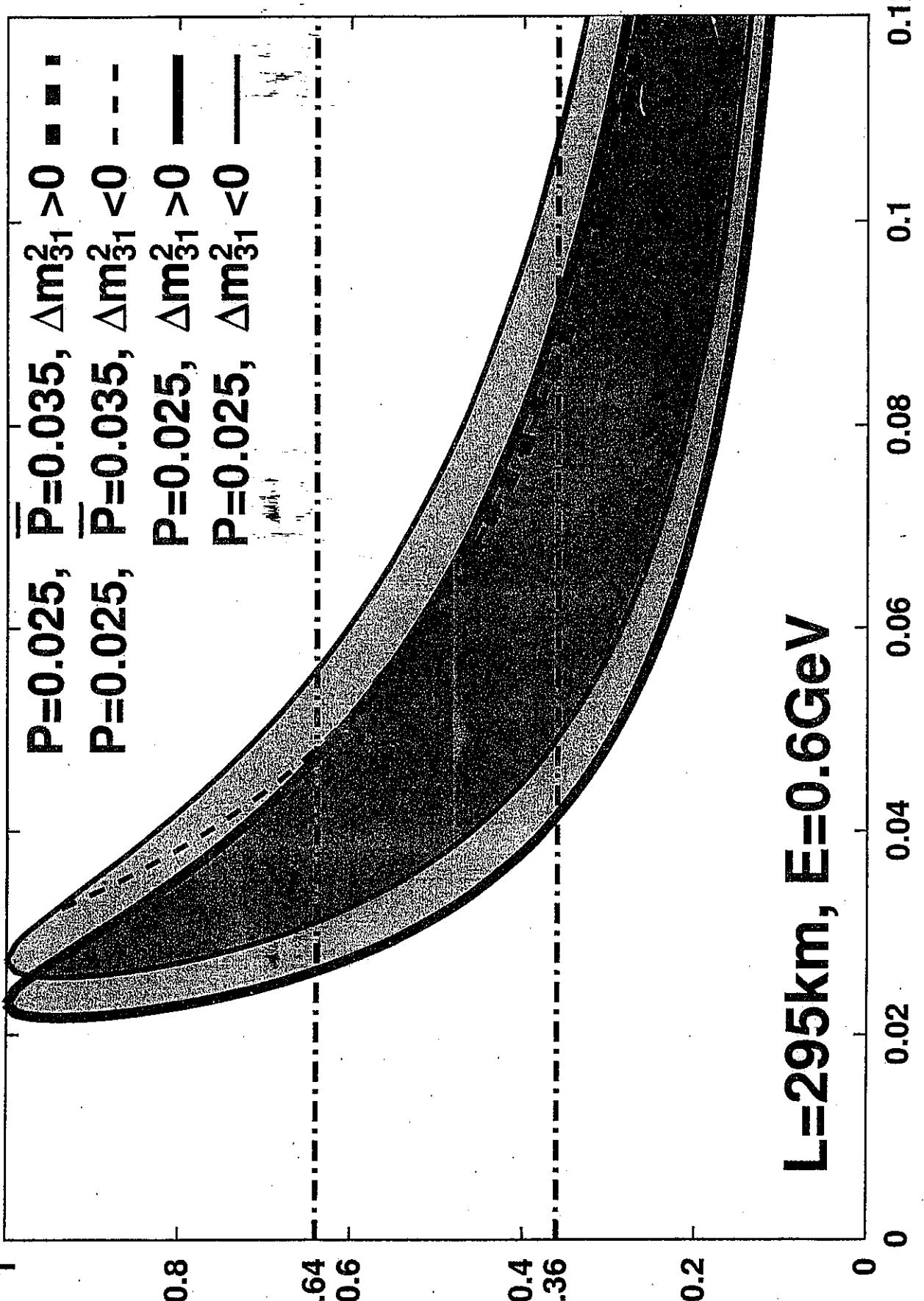
JHF (matter の影響が小さい) で考える

→  $\text{sign}(\Delta m_{31}^2)$  はほとんど効かない

oscillation maximum (0.6 GeV) でやる

→  $\delta$  の degeneracy は置いておく

2組の  $\{\theta_{13}, \theta_{23}\}$  から 1つを選び出すのが目標

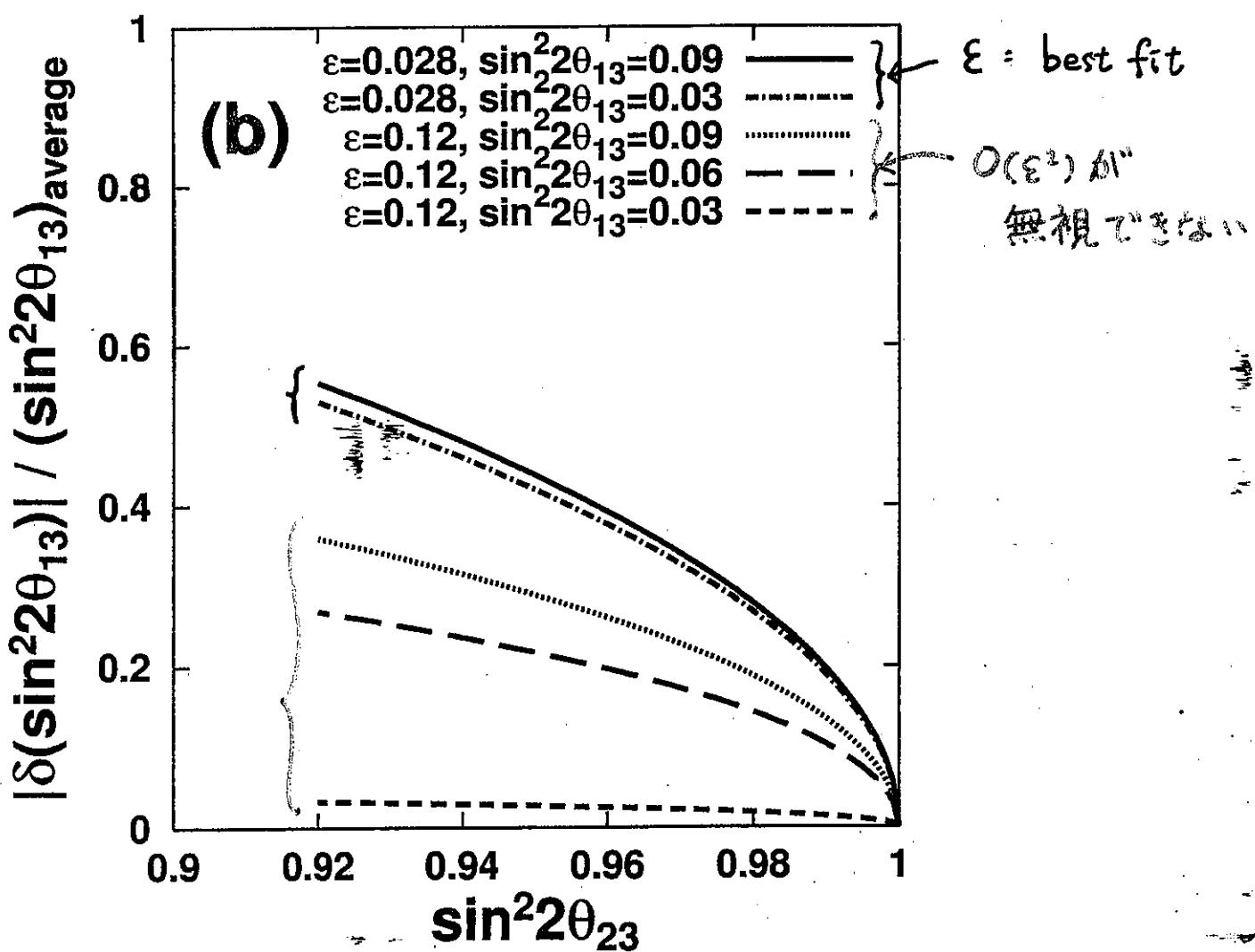


$\sin^2 \theta_{23}$

$$\sin^2 2\theta'_{13} = \sin^2 2\theta_{13} \tan^2 \Theta_{23} + O(\epsilon^2)$$

$$\epsilon \equiv \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$$

degeneracy ( $\approx 3^\circ$ )  
 $\sin^2 2\theta_{13}$  の error (JHF)



reactor  $\tau$  の  $\sin^2 2\theta_{13}$  の error

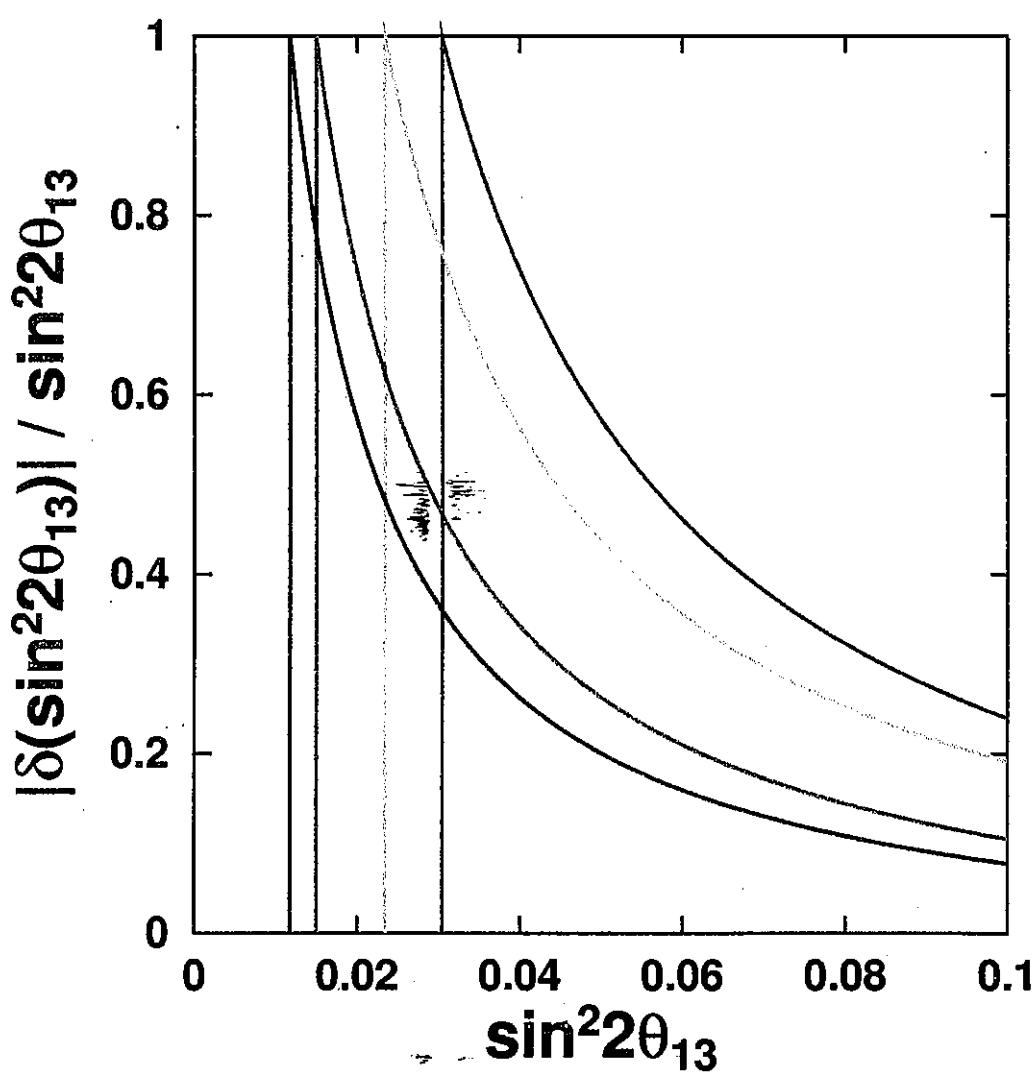
精度良い  $|\Delta m_{31}^2|$  が  
得られること

1% 5t·yr, d.o.f=2

1% 5t·yr, d.o.f=1

0.5% 20t·yr, d.o.f=2

0.5% 20t·yr, d.o.f=1



# まとめ

## • Silver Chanels 利用

悪くないが、oscillation maximum 利用で十分かも

## • Oscillation maximum 利用

8つの  $\Theta_{13}(\delta, \Theta_{23}, \text{sign}(\Delta m_{31}^2)) \longrightarrow$  2つの  $\Theta_{13}(\Theta_{23})$

$\delta' = \pi - \delta \dots$  no CPV/CPC confusion

性質をかなり改善できる

## • ちからワザで解く

実験3つでたいてい解ける

最悪でも5つで解ける

\* Shape analysis で同様の効果があるはず

→ beam energy の広がりは welcome?

## • Reactor 利用で解く

$\sin^2 2\Theta_{23} \lesssim 0.96$  かつ  $\sin^2 2\Theta_{13} \gtrsim 0.06$  なら

$\Theta_{23}$  を決められるかも

\* JHF の error も考慮した解析が必要