

加速機構

◎ 直接 vs 統計

◎ 無衝突衝擊波

{ 散逸機構

{ 內部構造 — 電磁場

2. 粒子加速

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = q \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{P}}{dt} = q \vec{v} \cdot \vec{E}$$

電場が必要

(a) 電磁流体力学

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}$$

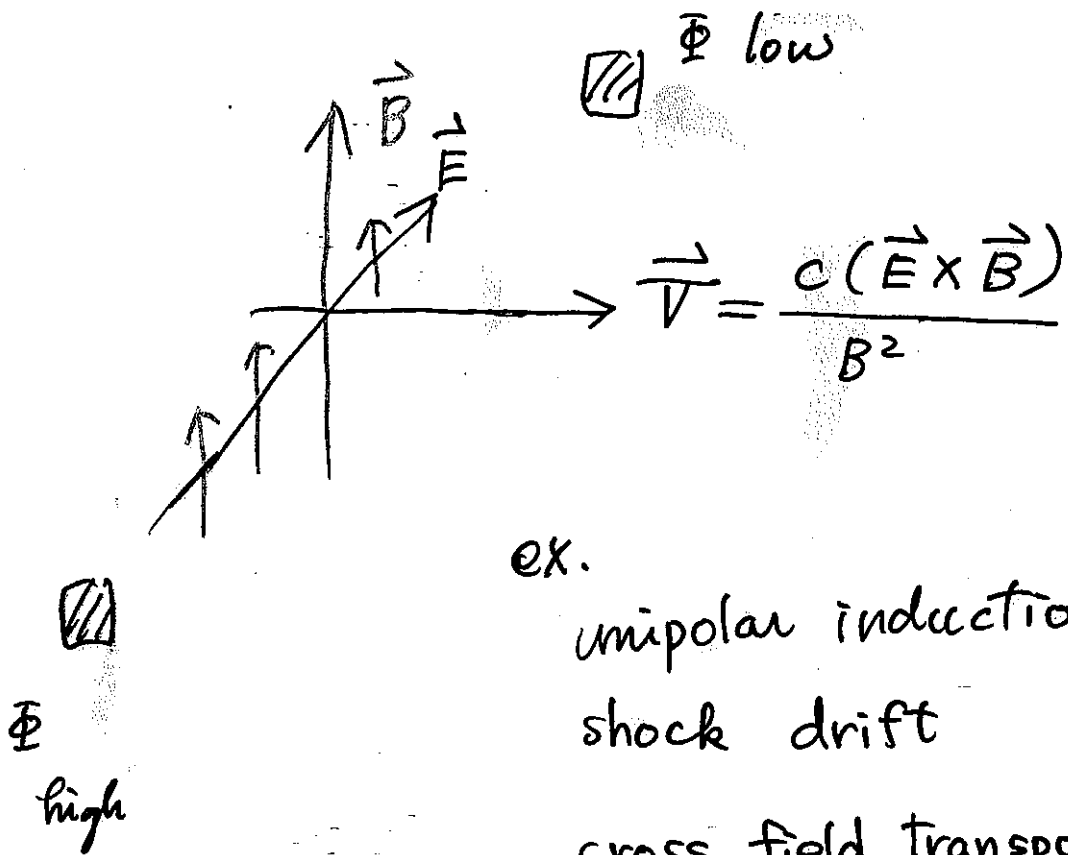
運動する磁気流体は電場を発生させる。

◎ 流体の共動系では電場はない。

◎ 流体中では電場は磁力線に垂直である。

粒子加速のためには

周囲の真空中の電場、磁力線の横断、
磁気再結合、----



ex.

unipolar induction

shock drift

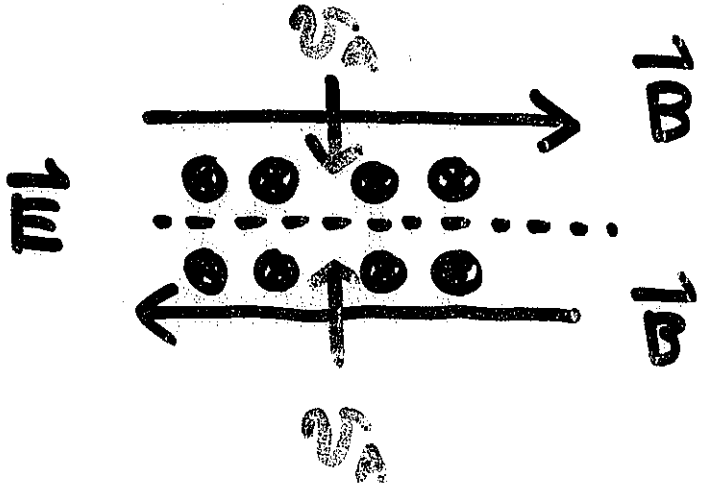
cross field transport

magnetic reconnection

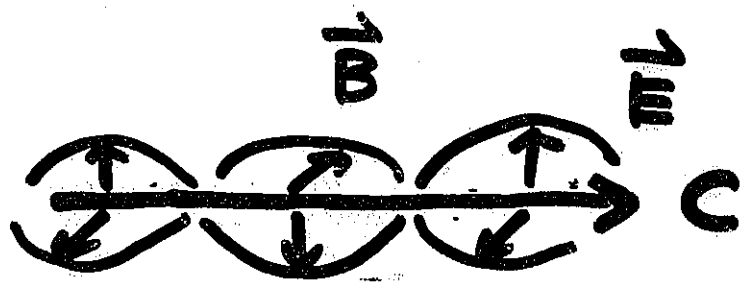
electric double layer

II. 直接加速過程

・ 磁場の再結合

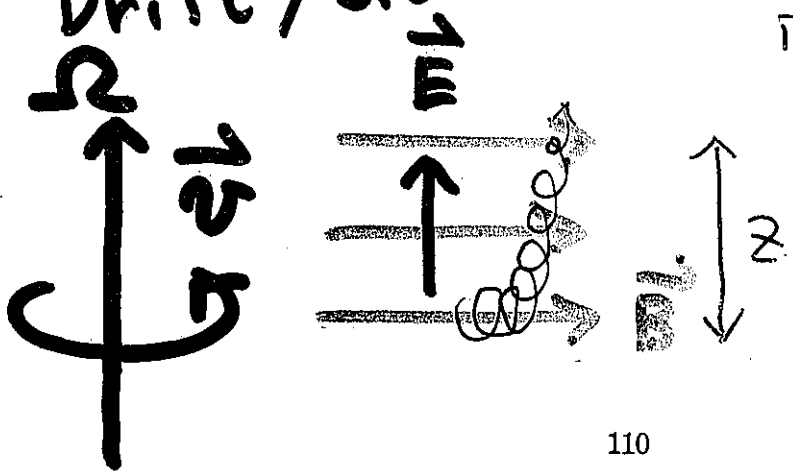


・ Strong Wave



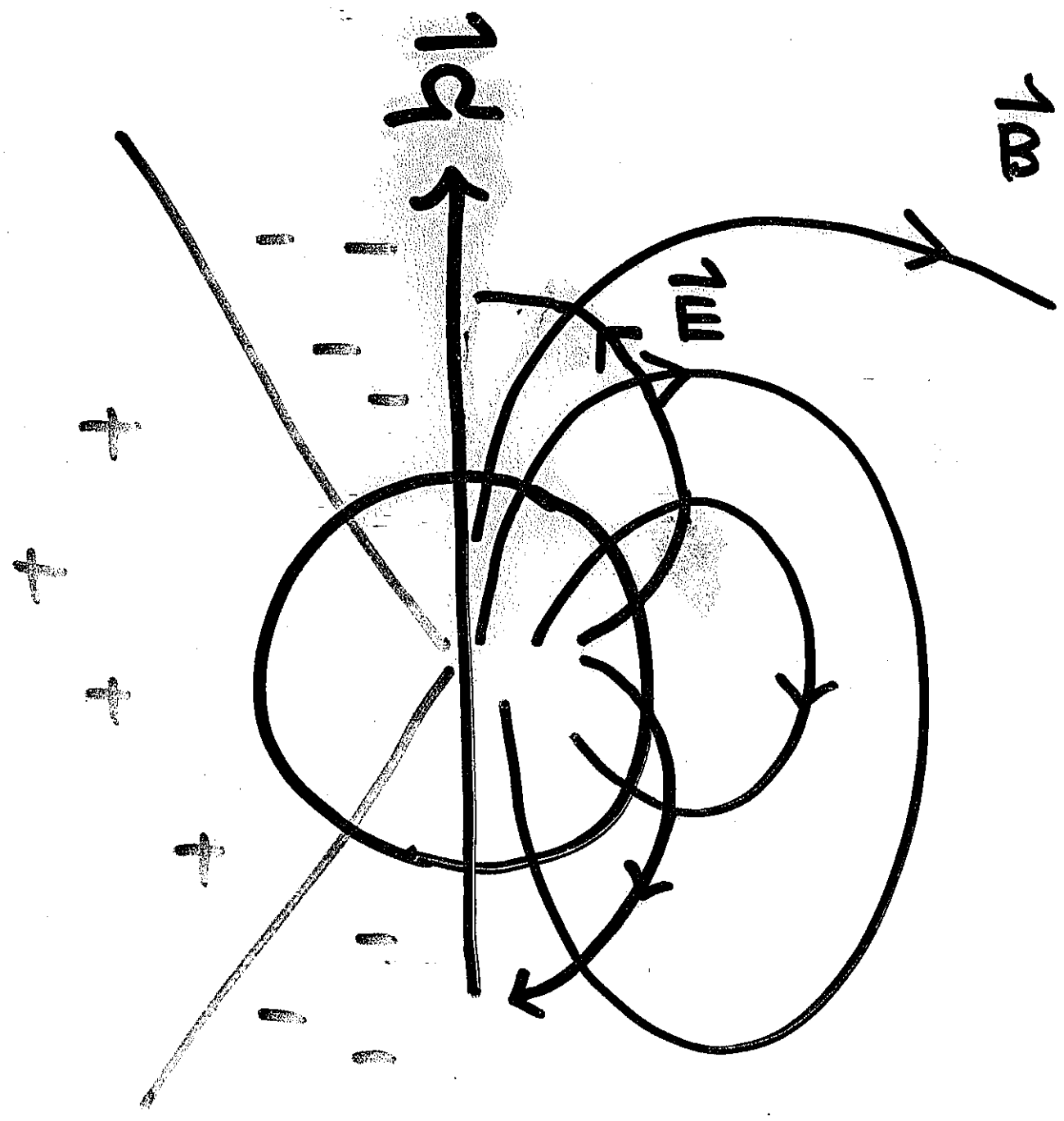
$$\gg \equiv \frac{\omega c}{\Omega} = \frac{eB}{mcR} \gg 1$$

・ Drift / Cross Field Diffusion



ポテンシャル差
 $\frac{\sigma}{c} B z$

Pulsar における単極誘導

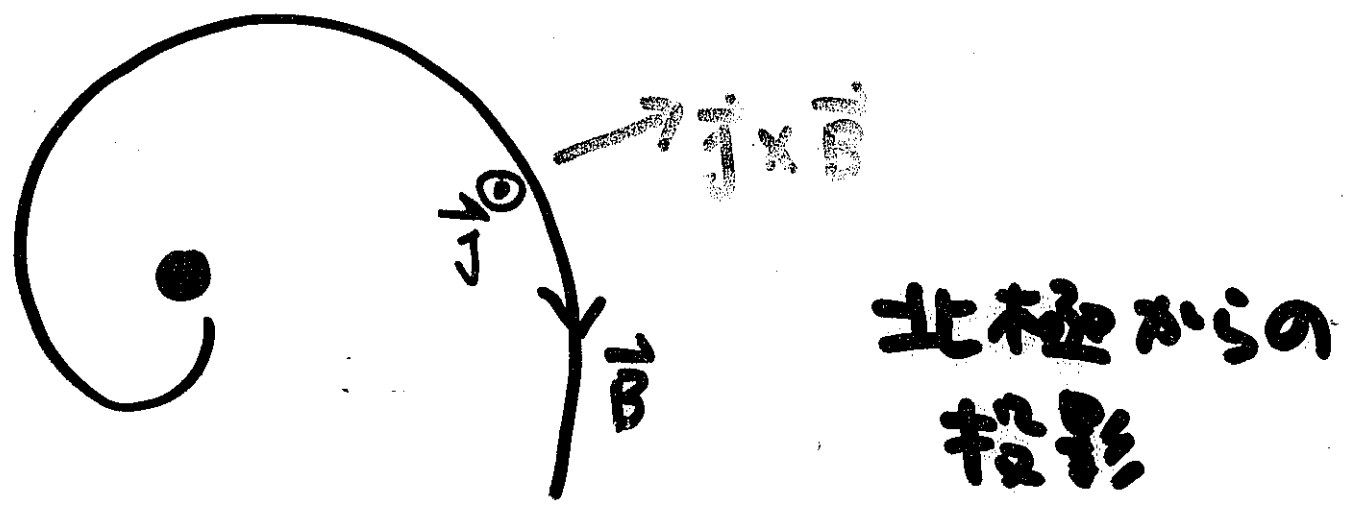
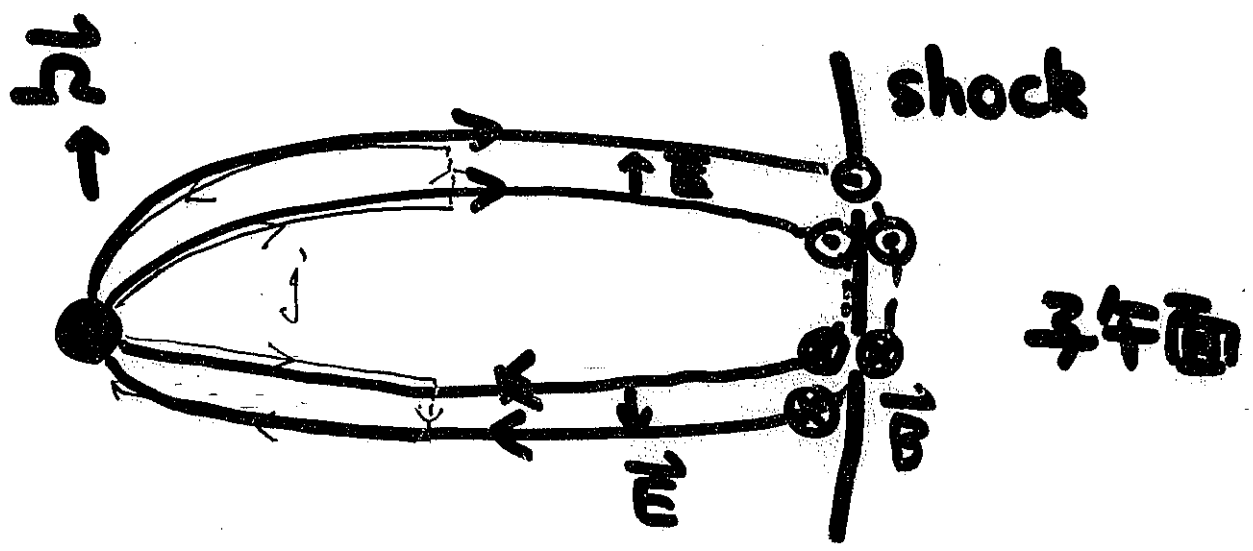


$$\rho_{GJ} = -\frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{B}}{2\pi c} = -\frac{\mu\Omega}{2\pi c r^3} (3\cos^2\theta - 1)$$

$\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$ となるような電荷分布となる

$$\Delta \Phi_{\text{equator}} = \frac{\mu \Omega}{cR} = \frac{6 \times 10^{18} \text{ V}}{P/10 \text{ msec}}$$

$$\Delta \Phi_{\text{open}} = \frac{\mu \Omega^2}{c^2} = \frac{10^{17} \text{ V}}{(P/10 \text{ msec})^2}$$



relativistic pulsar wind

e^\pm

$\Gamma \sim 10^{6-7}$ for Crab

$P = 33 \text{ msec}$

$\gamma_{\text{max}} \sim 10^{10}$

上の $\Delta \Phi_{\text{open}}$ と consistent

具体的な加速機構は？

reconnection ?

shock ; diffusive ?
cross field

drift ?

$$B \sim 0.3 \text{ mG}$$

$$r_g \sim 10^{12} \text{ cm} \frac{E}{1 \text{ TeV}}$$

$$\vec{v}_{GD} = \frac{v_{\perp}^2}{2\omega_c} \frac{\vec{B}}{B} \times \frac{1}{B} \text{grad} B \Rightarrow \text{加速効果}$$

$$\vec{v}_{CD} = \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_c} \frac{\vec{r}}{R} \times \frac{\vec{B}}{B} \Rightarrow \text{減速効果}$$

$$\omega_c \equiv \frac{eB}{mc}$$

利用できる $\Delta\Phi$ はほぼ 100%
利用されている!!

他の例!

太陽風

$$\Delta\Phi \sim \frac{v_{\perp}}{c} BR \sim 30 \text{ MV}$$

Anomalous
Cosmic Rays

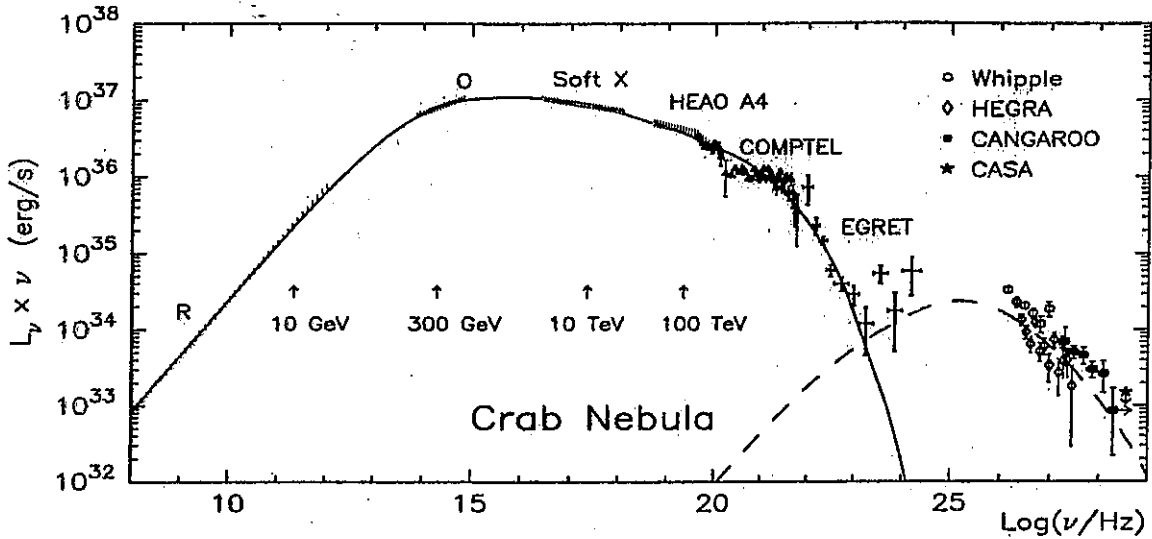


Fig. 1. Nonthermal radiation of the Crab Nebula. In the γ -ray domain only the recently reported fluxes are shown: COMPTTEL (van der Meulen et al. 1998), EGRET (Fierro 1996), Whipple (Mohanty et al. 1998), HEGRA (Aharonian et al. 1997), CANGAROO (Tanimori et al. 1998), CASA (Borione et al. 1997). The solid and dashed curves correspond to the synchrotron and inverse Compton components of radiation, respectively, calculated in the framework of the spherically symmetric MHD wind model of KC84.

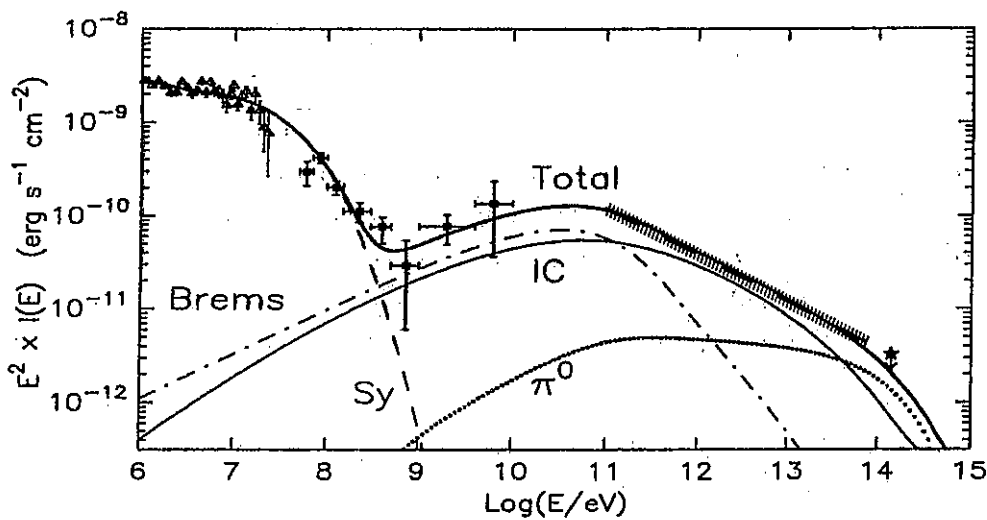
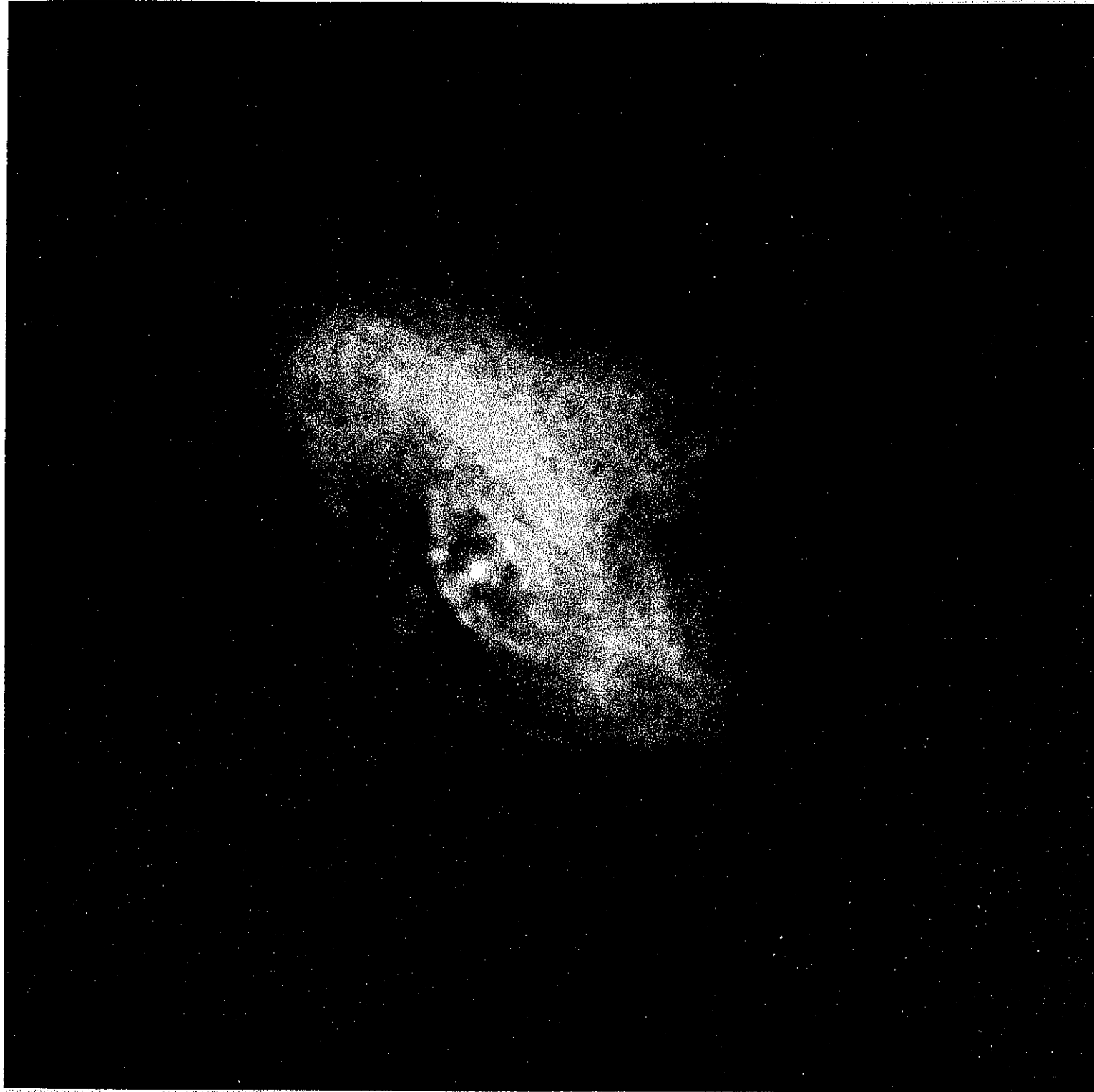


Fig. 3. The contributions of different γ -ray production mechanisms to the total nonthermal radiation of the Crab Nebula. The Synchrotron and IC components are the same as in Fig.2. The bremsstrahlung and π^0 -decay γ -ray fluxes are calculated for $n_{\text{eff}} = 50 \text{ cm}^{-3}$ (see text).



(b) 統計加速

- * 散乱時の波の電場の利用
(電磁流体内部の小スケール運動に伴なう電場)
- * ベキスペクトルの説明が容易

2次フルミ加速

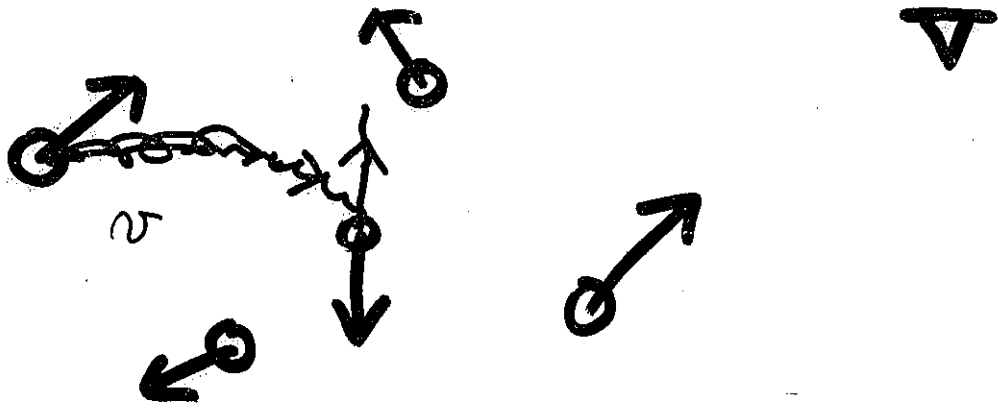
共鳴散乱

1次フルミ加速

無衝突衝撃波

(1) Original な Fermi 加速

磁気星間雲のランダムな運動



{ 正面衝突 $2p \cdot \frac{V}{v}$ だけ運動量増加
 追突 " " 減少

正面衝突(確率) $\frac{v+V}{L}$

追突(確率) $\frac{v-V}{L}$

$$\frac{dp}{dt} = 2p \cdot \frac{V}{v} \left(\frac{v+V}{L} - \frac{v-V}{L} \right) = 4p \cdot \frac{v}{L} \left(\frac{V}{v} \right)^2$$

$$p = p_0 e^{t/\tau_A} \quad ; \quad \tau_A = \frac{L}{4C} \left(\frac{C}{V} \right)^2 \text{ for } v \approx C$$

粒子の寿命の分布.

(原子核反応
系からの逃散 τ_L

$$f(t) = \frac{1}{\tau_L} e^{-t/\tau_L}$$

粒子の運動量 (エネルギー分布)

$$\begin{aligned} n(p) &= f(t) \frac{dt}{dp} = \frac{1}{\tau_L} e^{-t/\tau_L} \cdot \frac{\tau_A}{p} \\ &= \frac{\tau_A}{\tau_L} \cdot \frac{1}{p_0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{\tau_A}{\tau_L} - 1} \end{aligned}$$

power-law spectrum が得られる.

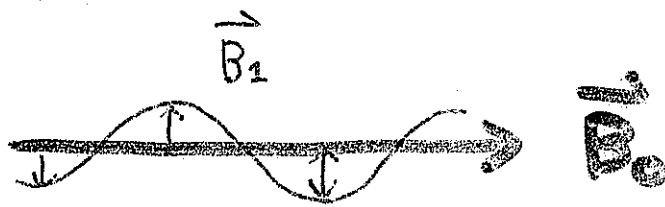
問題点.

① $\tau_A \sim \tau_L \sim 10^7 \text{ yrs}$ でなければならぬ.

* $L \sim 30 \text{ pc}$ とすると $\frac{V}{c} \sim 2 \cdot 10^{-3}$

$V \sim 500 \text{ km/s}$ が必要.

* $V \sim 10 \text{ km/s}$ なら $\tau_A \sim 10^{18} \text{ sec}$ であらう、
ほとんど加速されぬ.



Alfvén 波の固有系

$$(\vec{E}_\perp = 0)$$

円偏光, 波数長

0次 $p_{\parallel} = p\mu$, $p_{\perp} = p\sqrt{1-\mu^2}$

1次 $p \frac{d\mu}{dt} = -\frac{q}{c} [\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}_1]_{\parallel}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_1 = B_1 [-\cos(kz) \vec{e}_x + \sin(kz) \vec{e}_y] \\ \vec{v}_{\perp} = \frac{pc^2\sqrt{1-\mu^2}}{E} [\cos(\Omega t + \psi) \vec{e}_x - \sin(\Omega t + \psi) \vec{e}_y] \\ z = v_{\perp} t, \quad \Omega = \frac{qB_0}{mc\gamma} = \frac{qB_0 c}{E} \end{array} \right.$$

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{c q B_1 \sqrt{1-\mu^2}}{E} \sin\{(k v_{\perp} \mu - \Omega)t - \psi\}$$

$$\langle \Delta\mu \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^t \frac{d\mu}{dt} dt = 0$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta\mu^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \left[\int_0^t \frac{d\mu}{dt} dt \right]^2 \\ &= \frac{c^2 q^2 B_1^2 (1-\mu^2)}{2E^2} \int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 \cos\{(k v_{\perp} \mu - \Omega)(t_1 - t_2)\} \end{aligned}$$

$$t \rightarrow \infty$$

$$\langle \Delta \mu^2 \rangle = \frac{c^2 q^2 B_1^2 (1 - \mu^2)}{2E^2} 2\pi \delta(kR\mu - \Omega) t$$

$$\nu \equiv \left\langle \frac{\Delta \theta^2}{\Delta t} \right\rangle = \frac{\pi q^2 B_1^2}{E p \mu} \delta\left(k - \frac{\Omega}{v\mu}\right)$$

$$2 \times \frac{B_1^2}{4\pi} \delta\left(k - \frac{\Omega}{v\mu}\right) = \epsilon_R$$

$$\nu = \frac{\pi}{4} \Omega \cdot \frac{\epsilon_R R}{\frac{B_0^2}{8\pi}} \Big|_{k = \frac{\Omega}{v\mu}}$$

Pitch Angle Scattering

$$\frac{\partial}{\partial p} D_{pp} \frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\frac{1 - \mu^2}{2} \nu \frac{\partial f}{\partial \mu} \right]$$

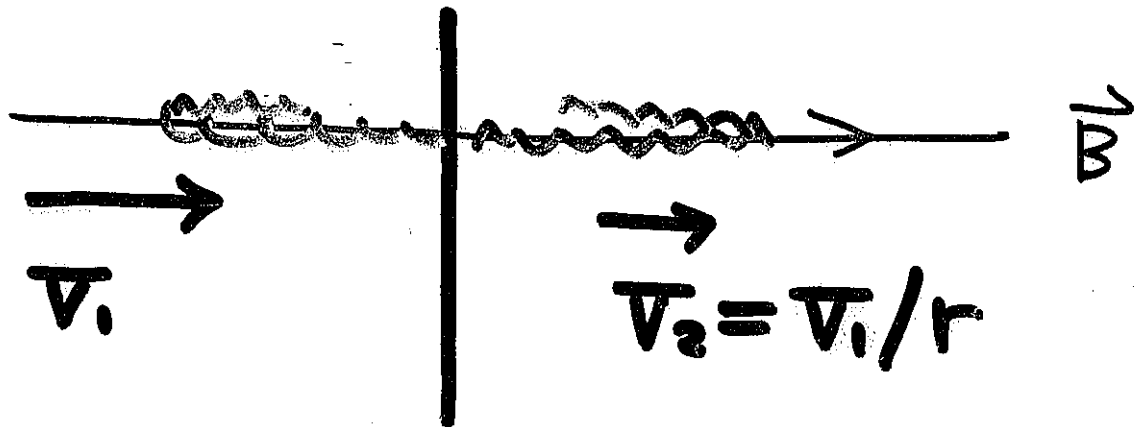
$$K_{\parallel} = \left\langle \frac{1 - \mu^2}{2} \frac{v^2}{\nu} \right\rangle_{\mu} \sim \frac{1}{3} \frac{v^2}{\nu}$$

$$\sim \frac{v^2}{3} \frac{4}{\pi R} \frac{\frac{B_0^2}{8\pi}}{\epsilon_R R} = \frac{v v_L}{3} \approx$$

$$\approx \frac{4}{\pi} \frac{B_0^2 / 8\pi}{\epsilon_R R} \gtrsim 1$$

$$\approx 1 \quad \text{Bohm limit}$$

(2) 衝撃波による粒子加速



upstream . shock front downstream

仮定

- * plane-parallel, steady-state
- * non-relativistic shock
- * \vec{B} は shock normal の向き (parallel shock)
- * 非熱的粒子は Alfvén 波によって 散乱 される
各々の流体の固有系で 等方分布 弾性
- * 衝撃波構造は given. 要検討 Test Particle Approximation
(非熱的粒子の反作用を無視)
- ** 上流からみても、下流からみても、互いに
相対速度 $v_1 - v_2$ で近づいている。
⇒ 全て正面衝突

** individual particle approach

上流 → 下流へ粒子が横切るとき (A目)

$$\begin{aligned} E_R^A &= E_R^U \left(1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_R^A \right) \\ &= E_R^d \left(1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_R^A \right) \end{aligned} \quad \omega \theta_R^A > 0$$

近似 $V \ll c$, $E = pc$ (相対論的粒子)

下流 → 上流へ粒子が横切るとき

$$\begin{aligned} E_{R+1}^B &= E_R^d \left(1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_R^B \right) \\ &= E_{R+1}^U \left(1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_R^B \right) \end{aligned} \quad \omega \theta_R^B < 0$$

流体の固有系では粒子のエネルギーは変化しない。

$$\begin{aligned} E_{R+1}^A &= E_{R+1}^U \left(1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_{R+1}^A \right) \\ &= E_R^d \left(1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_R^B \right) \cdot \frac{1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_{R+1}^A}{1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_R^B} \\ &= E_R^A \frac{1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_R^B}{1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_R^A} \cdot \frac{1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_{R+1}^A}{1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_R^B} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln \frac{\bar{E}_l^A}{\bar{E}_0^A} &= \sum_{k=1}^l \ln \frac{\bar{E}_k^A}{\bar{E}_{k-1}^A} \\
&= \sum_{k=1}^l \ln \frac{1 + \frac{V_1}{c} \omega \theta_k^A}{1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_{k-1}^A} + \ln \frac{1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_{l-1}^B}{1 + \frac{V_2}{c} \omega \theta_{l-1}^B} \\
&\approx l \left[\frac{V_1 - V_2}{c} \langle \omega \theta^A \rangle - \frac{V_1 - V_2}{c} \langle \omega \theta^B \rangle \right] \\
&= \frac{4}{3} l \frac{V_1 - V_2}{c}
\end{aligned}$$

$$\langle \omega \theta^A \rangle = \frac{\int_0^1 \omega^2 \theta d\omega \theta}{\int_0^1 \omega \theta d\omega \theta} = \frac{2}{3}$$

$$\langle \omega \theta^B \rangle = -\frac{2}{3}$$

* 粒子の crossing rate は $\omega \theta$ に 比例する。

横切る回数の分布

粒子の数を n

上流からの flux $\frac{nc}{4}$

下流への net flux nV_2

上流 \rightarrow 下流へ横切った粒子のうち

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4V_2}{c} \text{ は もどらない} \\ 1 - \frac{4V_2}{c} \text{ は 再び 上流にもどる} \end{array} \right.$$

l 回だけ往復する確率 P_l

$$P_l = \left(1 - \frac{4V_2}{c}\right)^{l-1} \cdot \frac{4V_2}{c} \approx e^{-\frac{4V_2}{c} l} \cdot \frac{4V_2}{c}$$

$$= \frac{4V_2}{c} \exp\left(-\frac{4V_2}{c} \cdot \frac{3}{4} \frac{c}{V_1 - V_2} \ln \frac{E}{E_0}\right)$$

$$= \frac{4V_2}{c} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\frac{3V_2}{V_1 - V_2}}$$

$$N(E)dE = P_l dl = P_l \frac{dl}{dE} dE$$

$$N(E) \propto \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\frac{3V_2}{V_1 - V_2} - 1} = \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\frac{r+2}{r-1}}$$

universal power law spectrum

$$r \equiv \frac{V_1}{V_2}$$

$$r = 4 \Rightarrow N(E) \propto E^{-2}$$

** diffusion-convection equation approach

拡散・対流方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial v}{\partial x} p \frac{\partial f}{\partial p} + Q$$

対流

拡散

加速・減速

源

消散

f : 位相空間密度

p : 運動量の大きさ

保存形で書くと

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ v f - \kappa \frac{\partial f}{\partial x} \right\} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left\{ p^3 \left(-\frac{1}{3} \frac{\partial v}{\partial x} \right) f \right\} = Q$$

$$n = 4\pi \int_0^{\infty} f p^2 dp$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ v n - \kappa \frac{\partial n}{\partial x} \right\} - \frac{4\pi \partial v}{3 \partial x} \left[p^3 f \right]_0^{\infty} = \int_0^{\infty} Q 4\pi p^2 dp$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -(v_1 - v_2) \delta(x)$$

$$Q = Q_0 \delta(x) \delta(p - p_0)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ v n - \kappa \frac{\partial n}{\partial x} \right\} = 4\pi p_0^2 Q_0 \delta(x)$$

定常解.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[v_i f - \kappa \frac{\partial f}{\partial x} \right] = 0 \quad (v_i = \text{const.})$$

$$\kappa \frac{\partial f}{\partial x} - v_i f = \text{const.}$$

上流 $f_1 = g_1(p) \exp\left(\int_0^x \frac{v_1}{\kappa(x,p)} dx\right) + g_3(p)$

$$x < 0$$

$g_3(p)$ は pre-existing component

下流 $f = g_2(p)$ のみ

$\therefore x > 0$, 無限遠で発散しない.

○ f の連続性 ($x=0$)

$$g_1(p) + g_3(p) = g_2(p)$$

○ flux の連続性

$$\kappa \frac{\partial f_1}{\partial x} + v_1 \frac{p}{3} \frac{\partial f_1}{\partial p} = v_2 \frac{p}{3} \frac{\partial f_2}{\partial p} \quad (x=0)$$

$$(p \neq p_0)$$

} Compton-Getting flux

} または 数学的には弱い連続性

$$\frac{dg_1}{dp} = -\frac{3v_1}{v_1 - v_2} \cdot \frac{g_1}{p} - \frac{dg_3}{dp}$$

解 $g_1 = -p^{-\frac{3v_1}{v_1 - v_2}} \int p^{\frac{3v_1}{v_1 - v_2}} \frac{dg_3}{dp} dp + \text{const} \times p^{-\frac{3v_1}{v_1 - v_2}}$

$$g_2 = g_1 + g_3$$

$$= \frac{3v}{v-1} p^{-\frac{3v}{v-1}} \int p^{\frac{2v+1}{v-1}} g_3(p) dp \leftarrow \text{incoming particles}$$

$$+ \text{const} \times p^{-\frac{3v}{v-1}} \leftarrow \text{newly injected part}$$

$$n(p) \propto f(p) \cdot p^2 \propto p^{-\frac{r+2}{r-1}}$$

* individual particle approach と同一の結果

* non-relativistic particles にも適用可

加速時間

上流滞在時間

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} n e^{-v_1 x / k_1} dx = \frac{k_1 n}{v_1}$$

$$F_1 = \frac{nC}{4}$$

$$t_1 = \frac{N}{F_1} = \frac{4 k_1}{v_1 C}$$

下流滞在時間

$$v_2 \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (k_2 \frac{\partial n}{\partial x}) + Q \delta(x - x_0) \quad \text{を考へる。}$$

境界条件 $n(0) = 0$, $n(\infty)$ 有限

$$\text{解} \quad n = \begin{cases} \frac{Q}{v_2} \left[e^{\frac{v_2 x}{k_2}} - 1 \right] e^{-\frac{v_2 x_0}{k_2}} & (0 \leq x \leq x_0) \\ \frac{Q}{v_2} \left[1 - e^{-\frac{v_2 x_0}{k_2}} \right] & (x_0 \leq x < \infty) \end{cases}$$

$$x \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=0} = Q e^{-\frac{v_2 x_0}{k_2}}$$

$$P_{\text{ret}}(x_0) = e^{-\frac{v_2 x_0}{k_2}}, \quad \int_0^{\infty} P_{\text{ret}}(x_0) n dx = \frac{k_2 n}{v_2}$$

$$t_2 = \frac{\frac{k_2 n}{v_2}}{\frac{nC}{4}} = \frac{4 k_2}{v_2 C}$$

往復時間

$$\Delta t = t_1 + t_2 = \frac{4}{c} \left(\frac{k_1}{v_1} + \frac{k_2}{v_2} \right)$$

$$\Delta p = \frac{4}{3} \frac{v_1 - v_2}{c} p$$

$$t_{acc} = \frac{p \Delta t}{\Delta p} = \frac{3}{v_1 - v_2} \left(\frac{k_1}{v_1} + \frac{k_2}{v_2} \right)$$

「加速率は v の2次である。」

拡散係数

pitch angle scattering

$$K_{||} = \frac{2v}{3} = \frac{v^2}{3v}$$

$$v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{k E_k}{B^2 / 8\pi} \right) \Omega_L$$

$$\Omega_L = \frac{eB}{mc \gamma}$$

$$k = \frac{\Omega_L}{v} = \frac{eB}{pc}$$

$$r_L = \frac{v}{\Omega_L} = \frac{pc}{eB}$$

$$K_{||} \equiv \frac{r_L c}{3} \Sigma$$

$$\Sigma = \frac{4}{\pi} \frac{B^2 / 8\pi}{k E_k} \gtrsim 1 \quad \text{Böhm limit}$$

最高エネルギー

$$\begin{cases} t_{acc} \propto \frac{K}{V^2} \propto \frac{\gamma}{V^2} \\ t_{ev} \propto \frac{R}{V} \end{cases}$$

$$t_{acc} = t_{ev} \Rightarrow \gamma_{max}$$

$$E_{max} = \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{V_1}{c} Z e B \cdot R$$

$$= 1.35 \times 10^{-14} \times Z \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{V_1}{c} \frac{B}{1 \mu G} \frac{R}{1 pc} \text{ eV.}$$

このエネルギーは充分大きいのか？

$$E < E_{max} \text{ ならば } t_{acc} < t_{ev} \Rightarrow K < RV$$

$$t_{diff} \sim \frac{R^2}{K} \sim \frac{R}{c} \cdot \frac{R}{\ell} > \frac{R}{V} \approx t_{ev}$$

$$t_{acc} < t_{ev} < t_{diff}$$

理想的な場合からのずれ

- * 平均自由行程の有限性
幾何学的形状

$\frac{K}{RV} > \frac{1}{60}$ の領域では spectral steepening が
おこる。

粒子は plane-parallel の場合より逃げやすくなる

- * 非線形問題

加速粒子の衝撃波への相互作用

- * 相対論的衝撃波

斜め衝撃波

粒子分布の非等方性

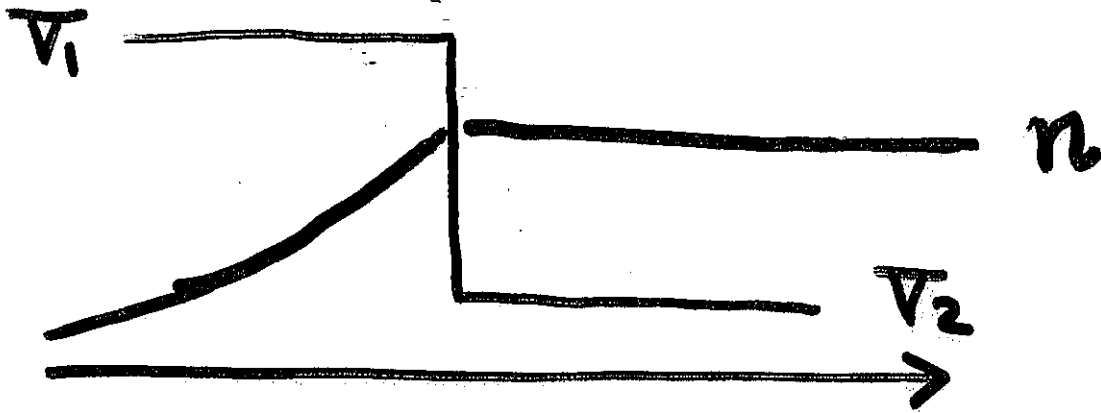
- * 多重衝撃波

- * injection history

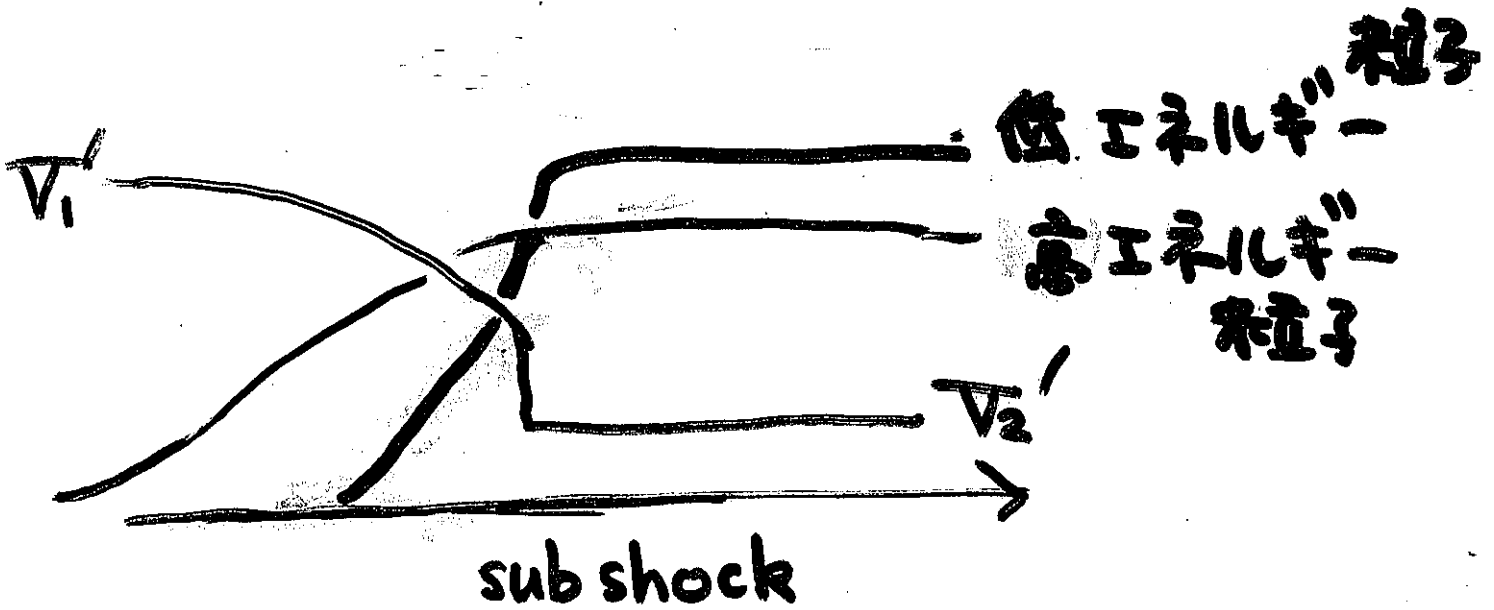
injection の機構

電子とイオンとの異同

非線型問題

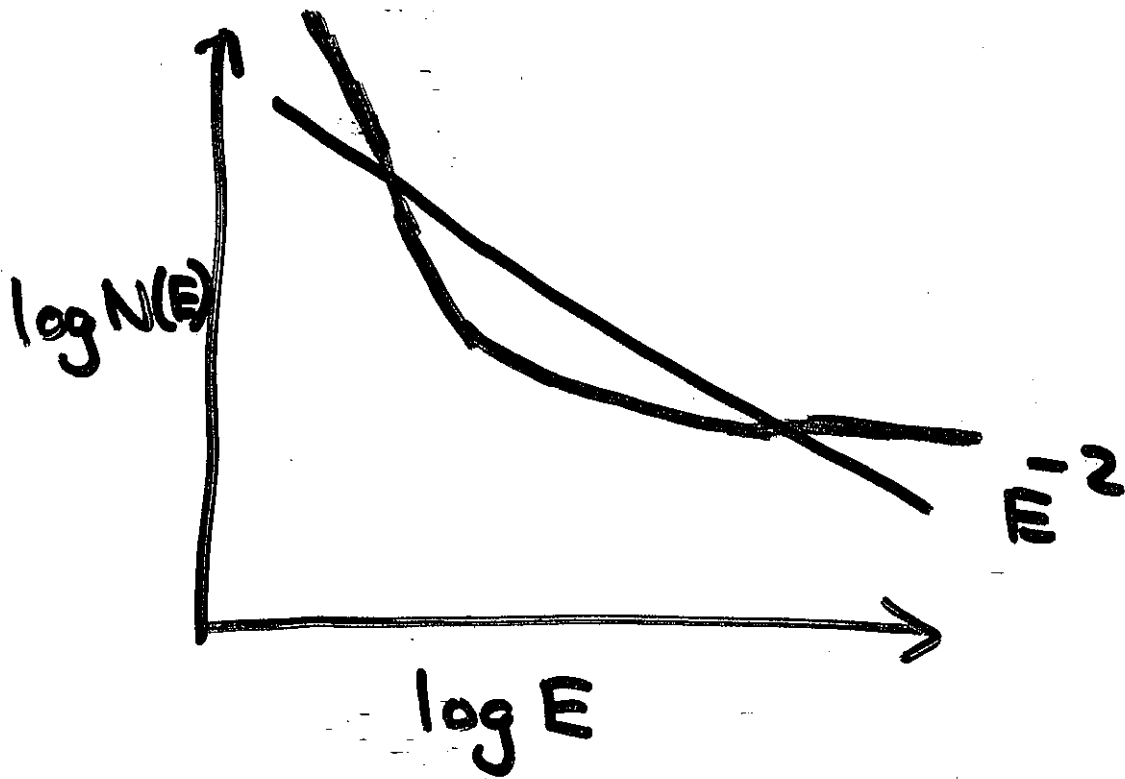


宇宙船による上流の減速



粒子の見る圧力比が
エネルギーに依存

スペクトルがバタからずれる。



* SNR からの TeV γ 問題

* 銀河内伝播と観測される
宇宙線スペクトルの問題

e.g.

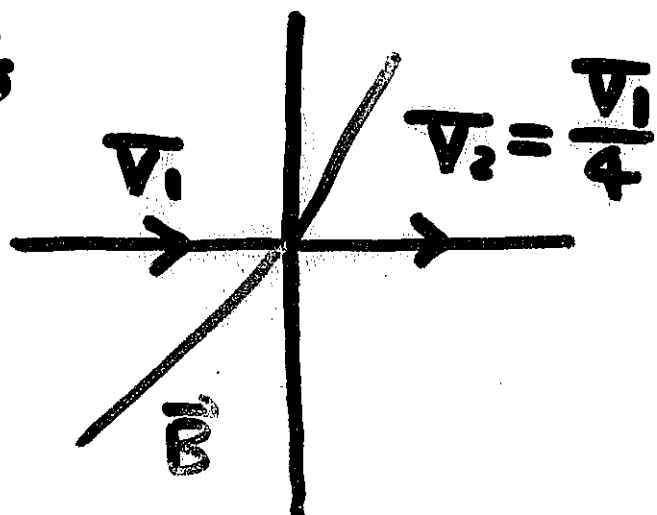
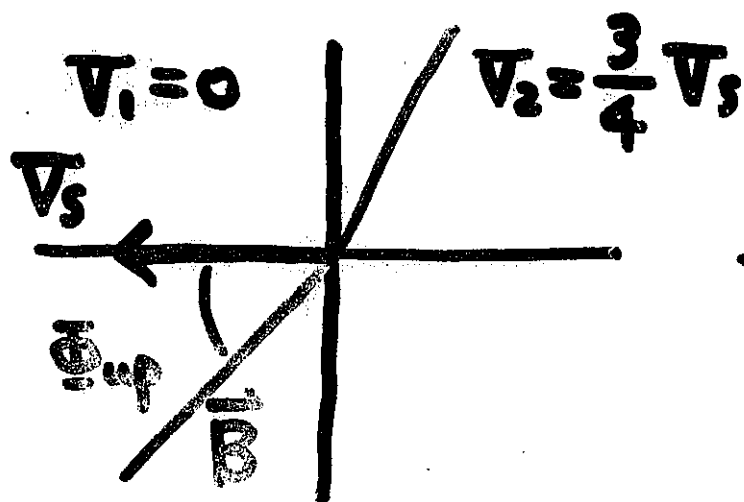
Malkov & Drury

Rep. Prog. Phys. 64 (2001), 429.

4. 斜め衝撃波

Inertia Frame

Shock Frame

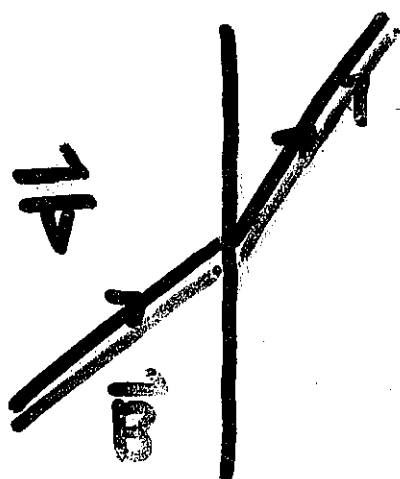


• time-dependent

• 衝撃波面と磁力線の交点が動く。

• \vec{E} が現われる。

de-Hoffman Teller Frame



$$\vec{B} \parallel \vec{v}$$

$$\vec{E} = 0$$

$\frac{V_s}{c} < \omega \Phi_{up}$ の時にこのframeをとることが可能

(subluminal shock)

磁場の dynamical な影響は無視する。

平均のエネルギー - 利得

$$\Delta E = \frac{4}{3} \frac{V_1 - V_2(1 - \mu_0^2)}{c} E$$

逃げ"子確率

$$(1 - \mu_0^2) \cdot \frac{4V_2}{c}$$

ストラクトル指数

$$\alpha \equiv \frac{3V_2(1 - \mu_0^2)}{V_1 - V_2(1 - \mu_0^2)} + 1$$

$$V_1 = \sqrt{\left(\frac{V_s}{\Gamma_t}\right)^2 + V_t^2} = \frac{V_s}{\omega \Phi_{up}}$$

$$V_2 = \sqrt{\left(\frac{V_s}{r\Gamma_t}\right)^2 + V_t^2} = \frac{V_s}{r\omega \Phi_{up}} \sqrt{1 + (r^2 - 1)\Gamma_s^2 \sin^2 \Phi_{up}}$$

$$1 - \mu_0^2 = \frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{1 + (r^2 - 1)\Gamma_s^2 \sin^2 \Phi_{up}}} = \frac{1}{r} \frac{V_1}{V_2}$$

$$\therefore \alpha \equiv \frac{r+2}{r-1} \quad 2''$$

parallel shock と同じになる。

粒子の反射と透過

断熱近似 [Ostrowski (1988)]
M.N. 233, 257]

$$\left\{ \begin{array}{l} P^2 \text{ 保存} \\ \frac{p_{\perp}^2}{B} = \frac{p^2(1-\mu^2)}{B} \text{ 保存} \end{array} \right.$$

$$b \equiv \frac{B_2}{B_1} = \sqrt{r^2 - (r^2-1)\Gamma_s^2 \left(\omega^2 \Phi_{up} - \frac{V_s^2}{c^2} \right)}$$

$$= \sqrt{1 + (r^2-1)\Gamma_s^2 \sin^2 \Phi_{up}}$$

上流 \rightarrow 下流

$$\frac{1-\mu_0^2}{B_1} = \frac{1}{B_2} \quad ; \quad \mu_0 = \sqrt{1 - \frac{1}{b}}$$

$0 \leq \mu \leq \mu_0$ の粒子は反射される (反射後 $-\mu_0 \leq \mu \leq 0$)

$\mu_0 \leq \mu$ の粒子は透過する。 (透過後 $0 \leq \mu \leq 1$)

下流 \rightarrow 上流

$-1 \leq \mu \leq 0$ の粒子は透過する。 (透過後 $-1 \leq \mu \leq -\mu_0$)

加速時間

$$t_1 = \frac{4K_1}{V_1 C}$$

$$t_2 = \frac{4K_2}{V_2 C}$$

$$\Delta T = P_r \cdot t_1 + P_t \cdot (t_1 + t_2)$$

$$= \frac{4}{C} \left(\frac{K_1}{V_1} + \frac{K_2}{V_2} (1 - \mu_0^2) \right)$$

$$\tau_{\text{acc}} = \frac{E \Delta T}{\Delta E} = \frac{3}{V_1 - V_2 (1 - \mu_0^2)} \left(\frac{K_1}{V_1} + \frac{K_2 (1 - \mu_0^2)}{V_2} \right)$$

$$= \frac{3 \omega^2 \Phi_{\text{up}}}{V_s^2} \cdot \frac{r}{r-1} \left(K_1 + r K_2 (1 - \mu_0^2)^2 \right)$$

① $\omega^2 \Phi_{\text{up}}$ の因子だけ加速時間が短縮される。

② $(1 - \mu_0^2)^2 = \frac{1}{1 + (r^2 - 1) \Gamma_s^2 \sin^2 \Phi_{\text{up}}} \sim \frac{1}{r^2}$ の寄与も大きい。

$K_2 \propto \frac{1}{B}$ なら $K_2 = K_1 (1 - \mu_0^2)$ も有効

$\omega^2 \Phi_{\text{up}} = \frac{1}{2}$ なら $\frac{1}{10}$ 程度に短縮される。

問題点

* $|\mathbf{V}_\perp| = V_s \Gamma_s \tan \Phi_{up}$

利用できる時間も

$$\frac{R}{|\mathbf{V}_\perp|} \approx \frac{R}{V_s \tan \Phi_{up}} \rightarrow \frac{R}{V_s} \omega \Phi_{up}$$

だけ短くなる。

E_{max} はそれ程大きくなるしない。

* V_2 が大きくなるの2" injectionの効率が落ちる

- 粒子分布の非等方性
- cross field diffusionの实体
- 現実の shock における磁力線形状
- 粒子軌道の非断熱性

Above the knee

* Confinement

$$r_L = \frac{pc}{ZeB} \sim 1 \text{ pc} \frac{1}{Z} \frac{E}{10^{15} \text{ eV}} \frac{1 \mu\text{G}}{B}$$

$E \sim 3 \times 10^{18} Z \text{ eV}$ 程度までは閉じ込め可能

* Electro-static potential

$$\frac{U_{\text{rot}}}{c} B_p H \sim 10^{15} \text{ V}$$

* energetics

$$\sim 10^{15} \text{ eV} \quad 3 \times 10^{39} \text{ erg s}^{-1} \quad \text{for } \tau_{\text{esc}} \sim 10^4 \text{ yr}$$

$$\sim 10^{18} \text{ eV} \quad 3 \times 10^{36} \quad \text{"} \quad \text{"}$$

* 可能性

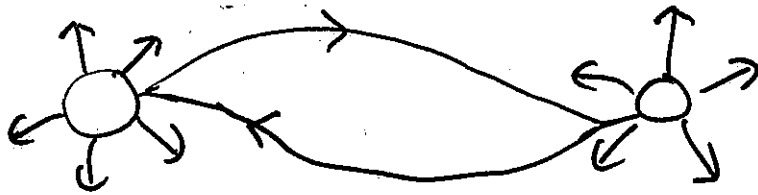
extragalactic

new components

2nd stage acceleration

衝撃波多重反射説

(Axford)



正面衝突のみ \rightarrow 1次フェルミ

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \frac{E}{\beta t_{sc}} \\ \frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\eta t_{sc}} \end{array} \right\} \quad \frac{dN(E)}{dt} = \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{dE}{dt} N(E) \right) - \frac{N(E)}{\eta t_{sc}}$$

$$N(E) \propto E^{-\left(\frac{\beta}{\eta} + 1\right)}$$

偶然 $\frac{\beta}{\eta} \approx 2$ となるとせよ. $\Rightarrow \underline{\underline{E^{-3}}}$

例えは $t_{sc} \sim \frac{L}{c} \sim 100 \text{ yr}$

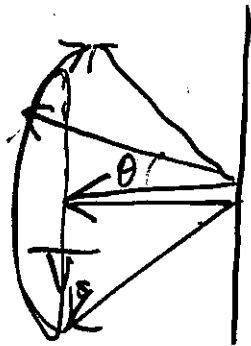
$$\beta \sim \frac{c}{v_s} \sim 1000$$

$$\eta \sim 500 \quad (t_{esc} \sim 5 \times 10^4 \text{ yr})$$

SNRで反射されるのは 10^{17} eV 以下 (陽子)

Relativistic shock

"shock loss cone" argument (Gallant & Achterberg)
1999



consider

in the upstream rest frame

particles with $\mu < \frac{V_s}{c}$ are overtaken by the
shock front

$$1 - \frac{\theta^2}{2} < 1 - \frac{1}{2\Gamma_s^2}$$

$$\theta > \frac{1}{\Gamma_s}$$

- * upstream residence time is about $\frac{R_L}{c\Gamma_s}$
- * downstream residence time becomes also short because of strong B amplification
- * $\frac{\Delta E}{E} \sim 2$ for the same reason

$$\tau_{acc} \sim \frac{R_L}{c\Gamma_s}$$

$$E_{max} \sim 2 B R \Gamma_s$$

* GRB.

$B \sim 10^{-5} \text{ G}$ (should be interstellar value)

$R \sim 10^{-2} \text{ pc}$

$\Gamma_s \sim 10^3$

$\Rightarrow E_{\text{max}} \sim 10^{17} \text{ eV} //$

(Gallant & Achterberg 1999)

* spectral index

steeper than 2

$$N(E) \propto E^{-2.2} \quad ?$$