

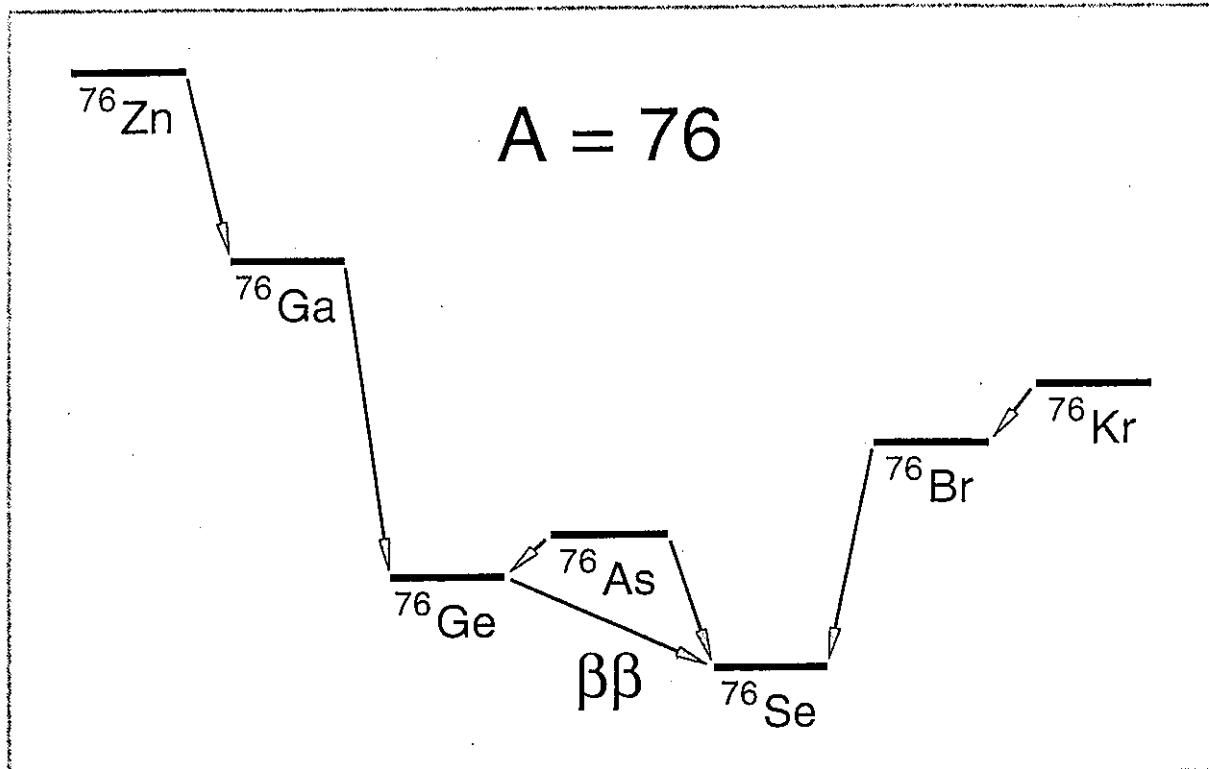
二重ベータ崩壊 核行列要素の不定性

武藤 一雄

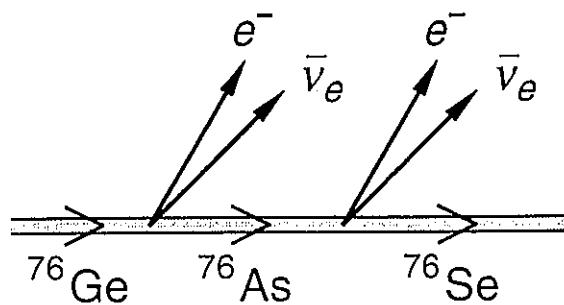
東京工業大学 大学院理工学研究科 基礎物理学専攻

- 1 二重ベータ崩壊
- 2 弱い相互作用と原子核の波動関数
- 3 原子核構造模型
- 4 原子核のスピン・アイソスピン相関
- 5 核行列要素の不定性

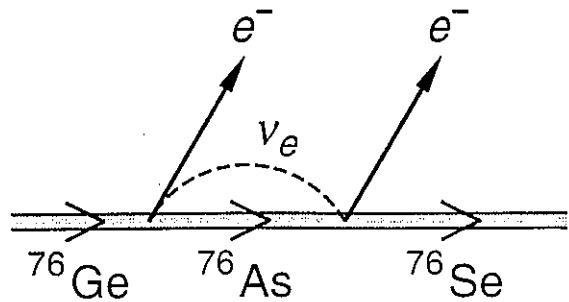
1. 二重ベータ崩壊



2ν 崩壊モード



0ν 崩壊モード

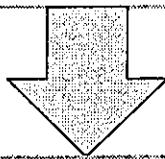
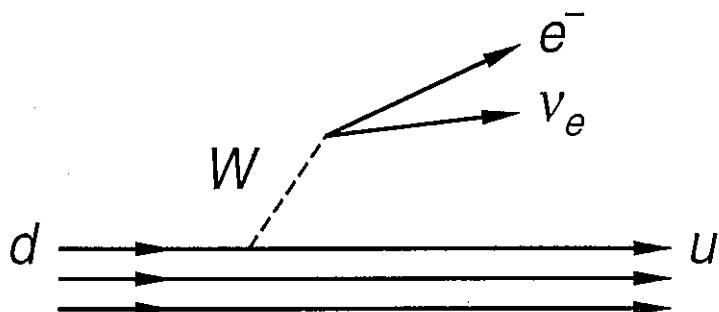


弱い相互作用の2次の擾動過程

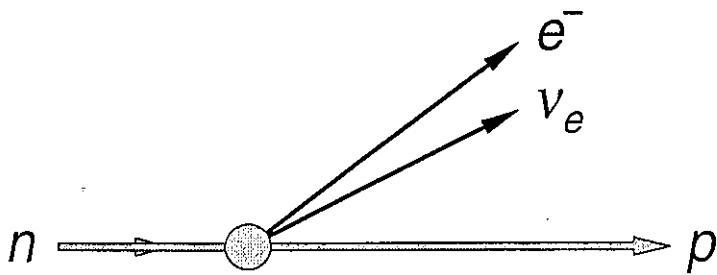
2. 弱い相互作用と原子核の波動関数

2.1 弱い相互作用

$$\bar{e} \gamma_\mu [1 - \gamma_5] \nu_e W^\mu + \cos \theta_C \bar{u} \gamma_\mu [1 - \gamma_5] d W^\mu$$



$$\bar{e} \gamma_\mu [1 - \gamma_5] \nu_e [V^\mu - A^\mu]$$



原子核：陽子と中性子で構成される束縛系

核子弱カレントとレプトン弱カレントの結合

構造を持った核子：形状因子を導入

2.2 核子弱力レント

$$\bar{e} \gamma_\mu [1 - \gamma_5] \nu_e [V^\mu - A^\mu]$$

$$\begin{aligned} V_\mu &= f_V \bar{p} \gamma_\mu n && \text{主要項} \\ &+ f_W \bar{p} \sigma_{\mu\rho} q^\rho n && \text{弱磁気項} \\ &+ i f_S \bar{p} q_\mu n && \text{誘導スカラー項} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_\mu &= f_A \bar{p} \gamma_5 \gamma_\mu n && \text{主要項} \\ &+ f_T \bar{p} \gamma_5 \sigma_{\mu\rho} q^\rho n && \text{誘導テンソル項} \\ &+ i f_P \bar{p} \gamma_5 q_\mu n && \text{誘導擬スカラー項} \end{aligned}$$

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 \gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma_5 \gamma_k = \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & -\sigma_k \end{pmatrix}$$

核子を非相対論的に扱う

$$\bar{p} \gamma_0 n \rightarrow \sum_i \tau_i^+ = T_+$$

$$\bar{p} \gamma_5 \gamma_k n \rightarrow \sum_i \tau_i^+ \sigma_i$$

2.3 核行列要素

2ν 崩壊モード

$$M^{2\nu} = \left\langle {}^{76}\text{Se} \left| \sum_{i,j} \tau_i^+ \sigma_i \sum_a \frac{|a\rangle\langle a|}{\Delta E_a} \tau_j^+ \sigma_j \right| {}^{76}\text{Ge} \right\rangle$$

$|a\rangle$: ${}^{76}\text{As}$ の 1^+ 状態

$$\Delta E_a = E({}^{76}\text{As } 1_a^+) - E({}^{76}\text{Ge})$$

0ν 崩壊モード (ニュートリノ質量項)

$$M^{0\nu} = \left\langle {}^{76}\text{Se} \left| \sum_{i,j} \tau_i^+ \tau_j^+ [\sigma_i \sigma_j - (f_\nu/f_A)^2 \mathbf{1}_{ij}] V_\nu(r_{ij}) \right| {}^{76}\text{Ge} \right\rangle$$

ニュートリノポテンシャル

$$V_\nu(r_{ij}) = \frac{2R}{\pi r_{ij}} \int_0^\infty \frac{q \sin qr_{ij}}{\omega(\omega + \Delta E)} dq$$

$$\omega^2 = q^2 + m_\nu^2 \quad \Delta E = \overline{\Delta E}_a$$

Closure 近似

$$\text{中間状態についての和} \quad \sum_a |a\rangle\langle a| = 1$$

$|a\rangle$: ${}^{76}\text{As}$ の全ての J^π 状態

2.4 原子核の波動関数

非相対論的 A 粒子系の Schrödinger 方程式

$$H \Phi(r_1, r_2, \dots, r_A) = E \Phi(r_1, r_2, \dots, r_A)$$

Φ : 核子間の短距離相関などを含む

一体平均場 U の導入と一粒子波動関数 ϕ

$$\begin{aligned} H &= T + V & T &= \sum_i t_i & V &= \sum_{ij} V_{ij} \\ &= T + U + V - U \end{aligned}$$

$$H_0 = T + U = \sum_i h_{0i} \quad h_{0i}\phi_i = \varepsilon_i\phi_i$$

積波動関数と有効相互作用

$$H \rightarrow H_{\text{eff}} = H_0 + V_{\text{eff}}$$

$$\Phi(r_1, r_2, \dots, r_A)$$

→ 反対称化した積波動関数

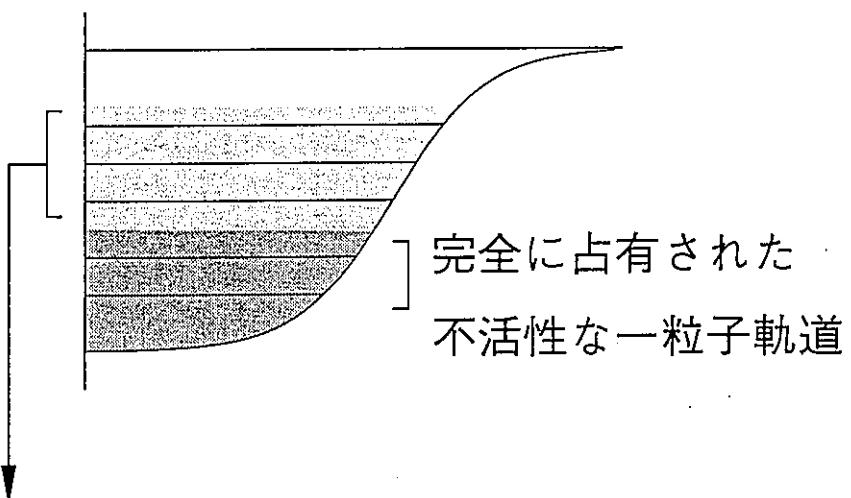
$$\phi_i(r_1)\phi_j(r_2)\dots\phi_k(r_A)$$

の線形結合で表現 (短距離相関なし)

3. 原子核構造模型

3.1 壳模型

全ての微視的構造模型の基礎



採用した一粒子軌道の範囲で許される
全ての配位を基底として固有値問題を解く
計算規模の制約が大きい

大規模計算：計算時間と記憶容量

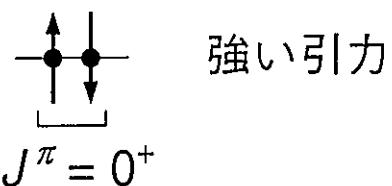
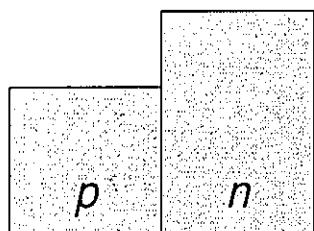
原子核	基底の数
$8 < Z, N < 20$	$< 1.5 \times 10^4$
$20 < Z, N < 40$	$< 2.1 \times 10^8$
計算の限界	10^7 程度

3.2 QRPA 模型

Quasiparticle Random Phase Approximation

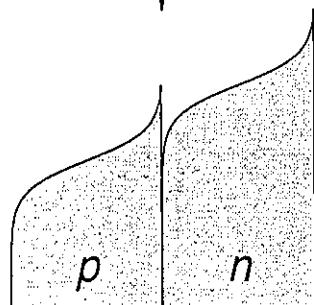
殻模型を大幅に単純化

核子間に働く相互作用の重要な成分を取り入れる

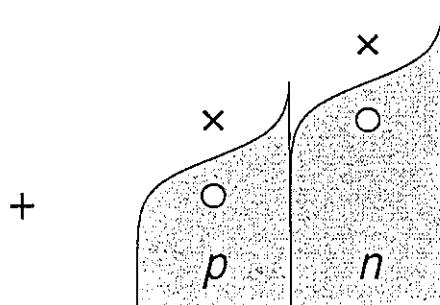


粒子から
準粒子への
Bogoliubov 変換

pp, nn 間に働く対相互作用により
核子が $J^\pi = 0^+$ 対を組んで励起
→ 相転移



BCS 基底状態
準粒子の真空



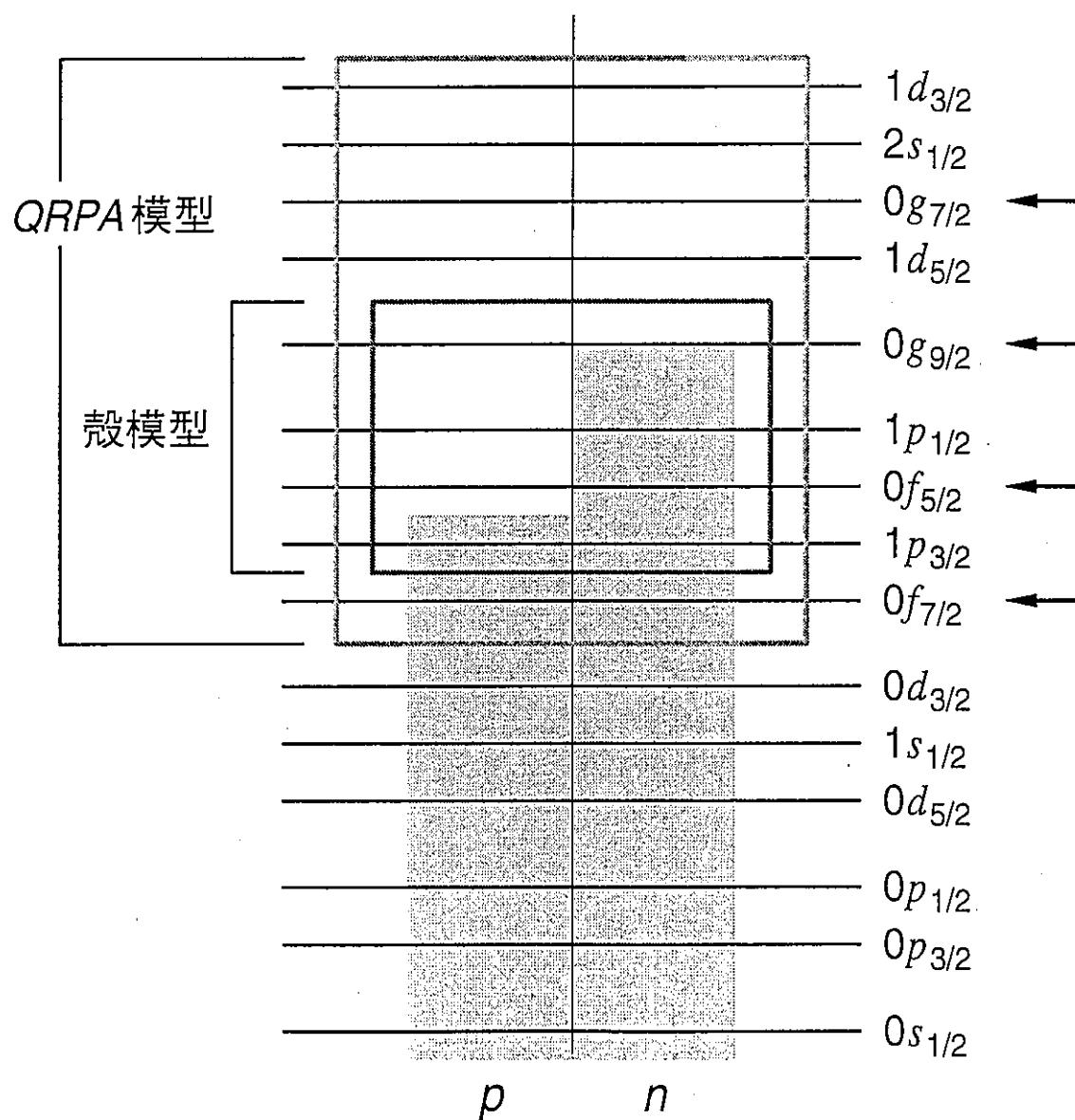
pn 間に働く相互作用により
準粒子真空の励起が混合

$p\bar{n}, \bar{p}n$ を基底として運動方程式を解く

基底の数は 20 - 100 程度

3.3 瓣模型と QRPA 模型との比較：模型空間

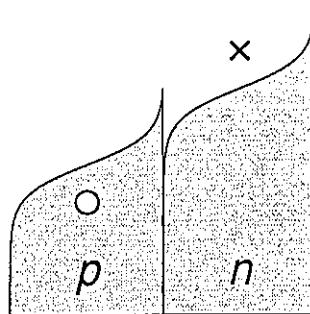
^{76}Ge の場合



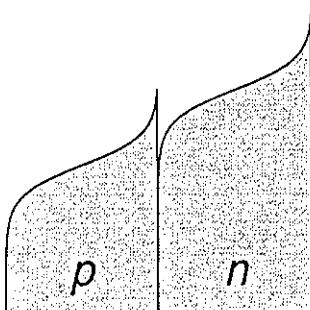
4. 原子核のスピン・アイソスピン相関

4.1 ガモフ・テラー型遷移

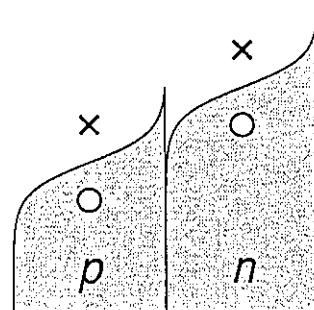
^{76}As 励起状態



^{76}Se 基底状態



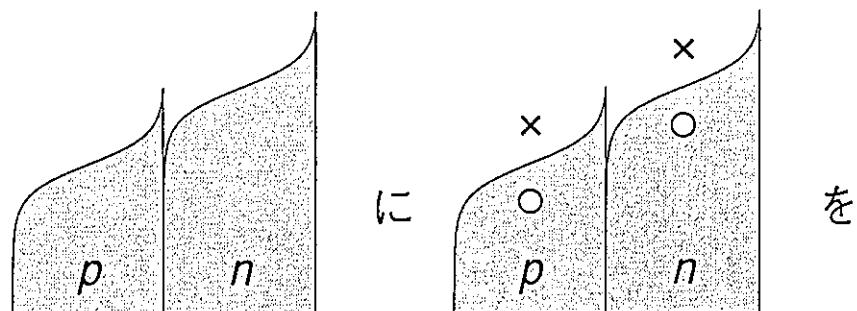
+



2つの型の遷移振幅の強い干渉

基底状態における励起配位（右側）の
混合に応じて、干渉の度合が大きく左右される

4.2 スピン・アイソスピン相関を 支配するキーパラメータ



混合させるのは 陽子-中性子 相互作用

$$\langle pn | V_{\text{eff}} | p'n' \rangle_{J^\pi}$$

特に $J^\pi = 1^+$ は

ガモフ・テラー型遷移に重要

$\tau\sigma$ と同じ量子数を持ち

強い引力を示す

しかし、

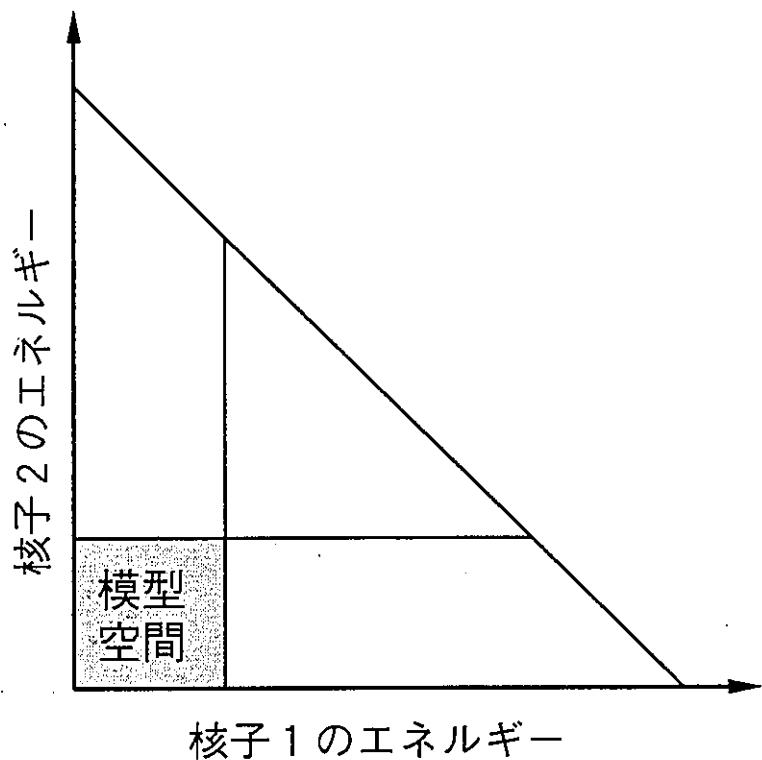
有効相互作用理論の予言能力が低い

パラメータ g_{pp} を導入して相互作用の強さを調節

$$\langle pn | V_{\text{eff}} | p'n' \rangle_{J^\pi} \longrightarrow g_{pp} \langle pn | V_{\text{eff}} | p'n' \rangle_{J^\pi}$$

4.3 有効相互作用理論

模型空間内への繰り込み



G 行列の方法

$$G = V + V \frac{Q}{H - \omega} G$$

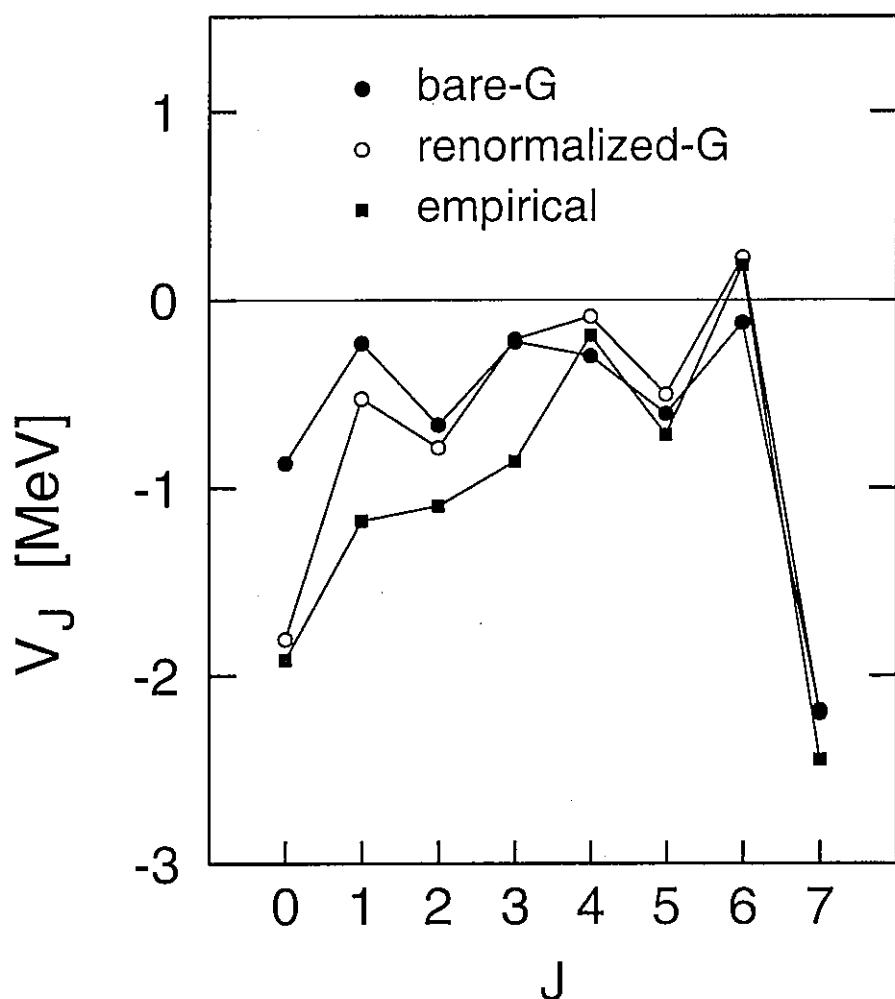
V : 2核子散乱を記述するポテンシャル

G : 有効相互作用

V の強い短距離斥力による核子の励起と
多重散乱の効果を繰り込む

4.4 有効相互作用行列要素

$f_{7/2}$ -陽子と $f_{7/2}$ -中性子との
相互作用行列要素

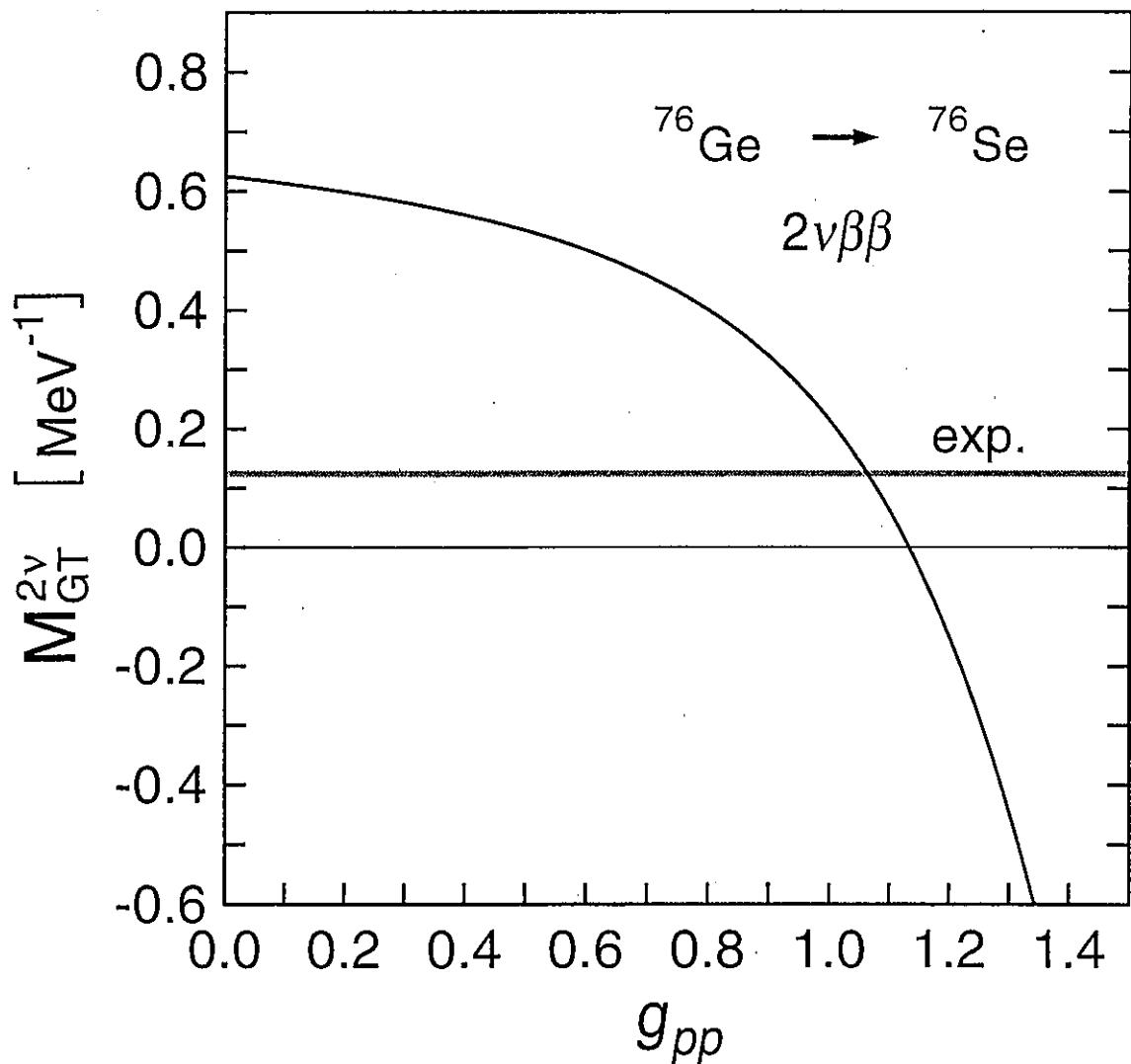


$J^\pi = 1^+$ で不一致が大きい

5. 核行列要素の不定性

5.1 2ν 崩壊モード核行列要素（その1）

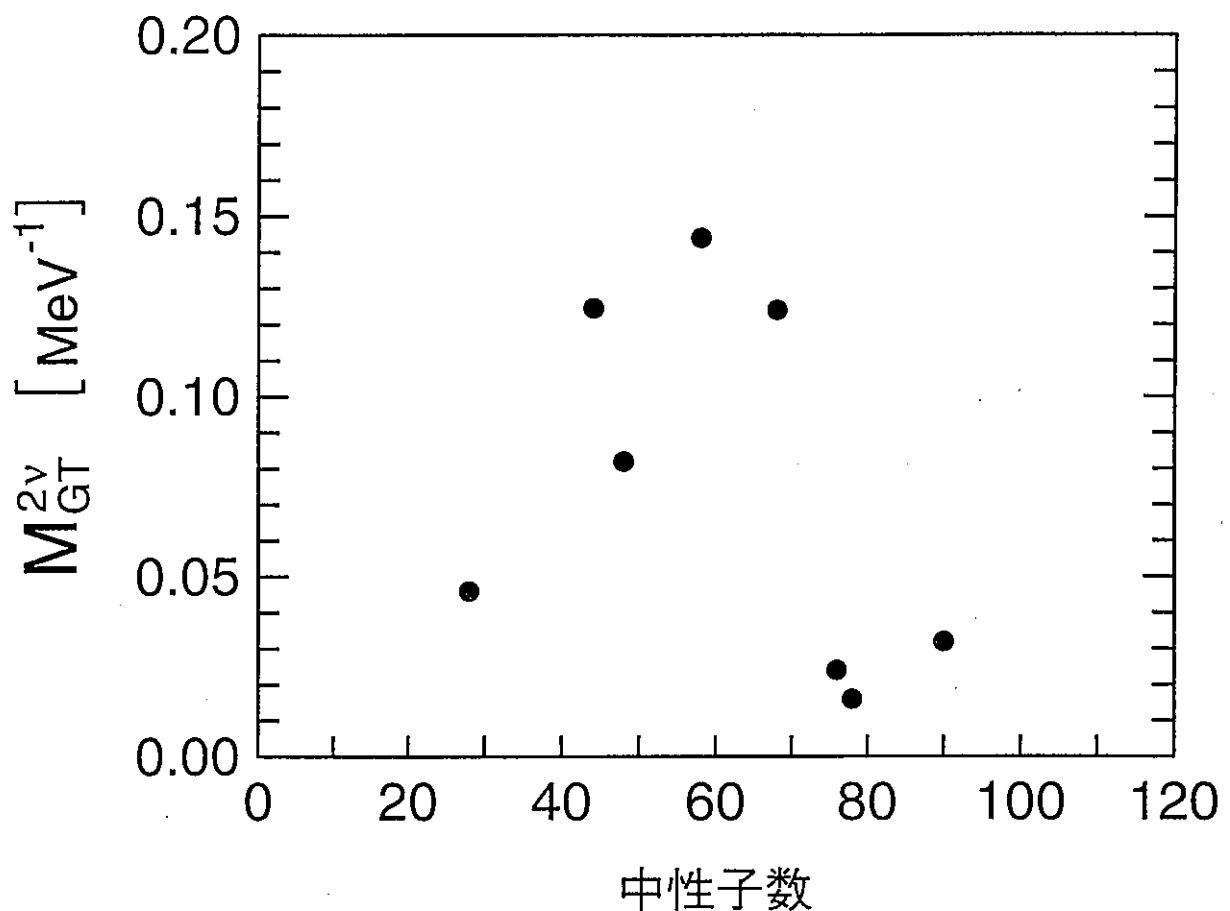
g_{pp} 依存性



g_{pp} の小さな変化で核行列要素が大きく変わる

5.1 2ν 崩壊モード核行列要素（その2）

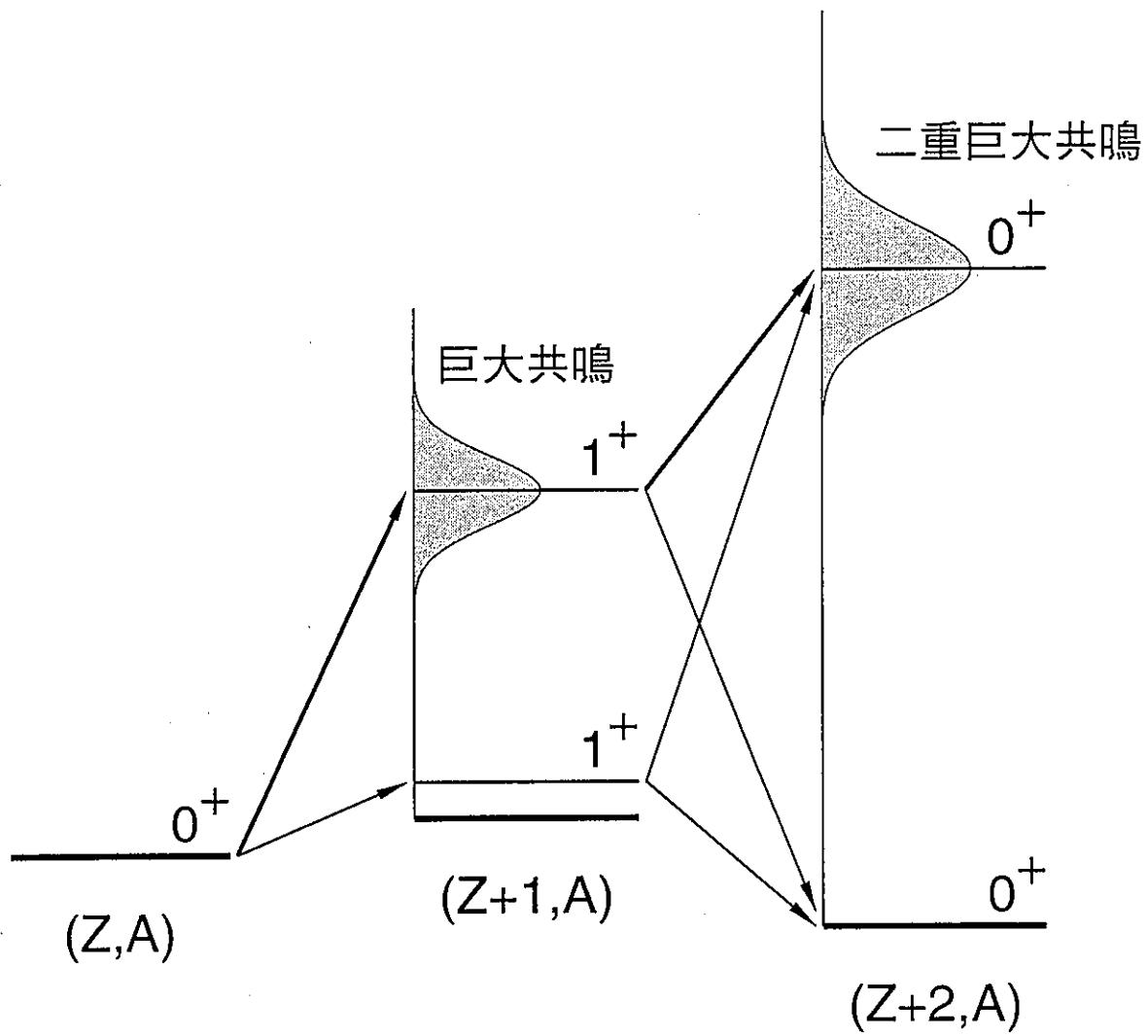
半減期の測定値から求めた値



核構造に強く依存する小さな核行列要素

5.1 2ν 崩壊モード核行列要素（その3）

ガモフ・テラー型巨大共鳴



二重ガモフ・テラー遷移強度の
ほとんど全てが二重巨大共鳴に集中

2ν 崩壊に寄与するのは全体の $10^{-7} - 10^{-4}$

5.2 0ν崩壊モード核行列要素（その1）

2ν崩壊モードとの根本的な違い

原子核に作用するニュートリノポテンシャル

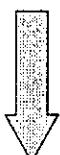
$$V_\nu(r_{ij}) = \frac{2R}{\pi r_{ij}} \int_0^\infty \frac{q \sin qr_{ij}}{\omega(\omega + \Delta E)} dq$$

ニュートリノが2核子間で
交換されることに起因

1) 大きな運動量移行 $q \sim 100 \text{ MeV/c}$

$$\omega \gg \Delta E$$

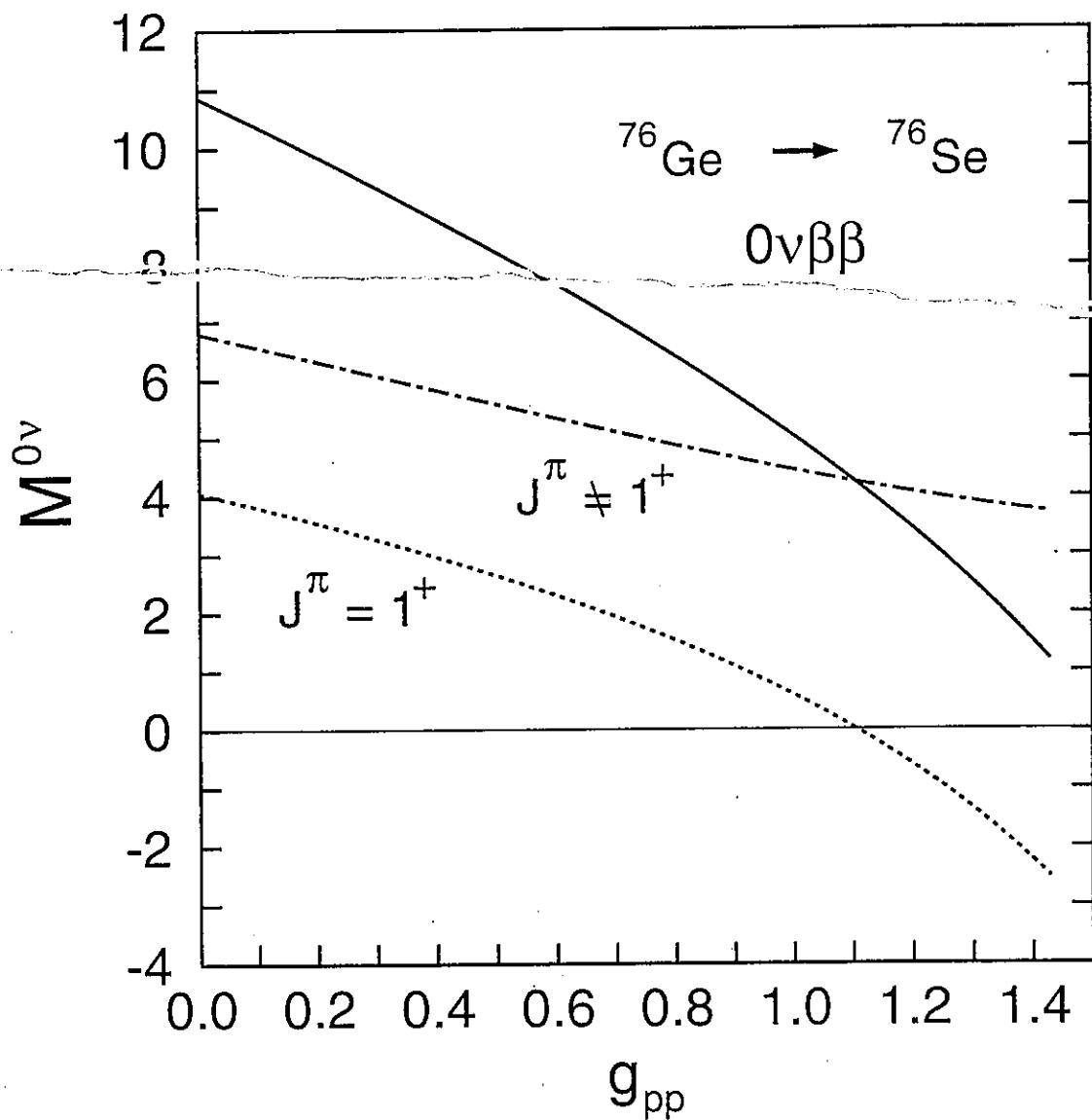
2) 中間状態に全ての J^π が可能
すなわち、全ての中間状態が遷移に寄与



原子核構造の詳細にあまり依存しない

5.2 0ν 崩壊モード核行列要素（その2）

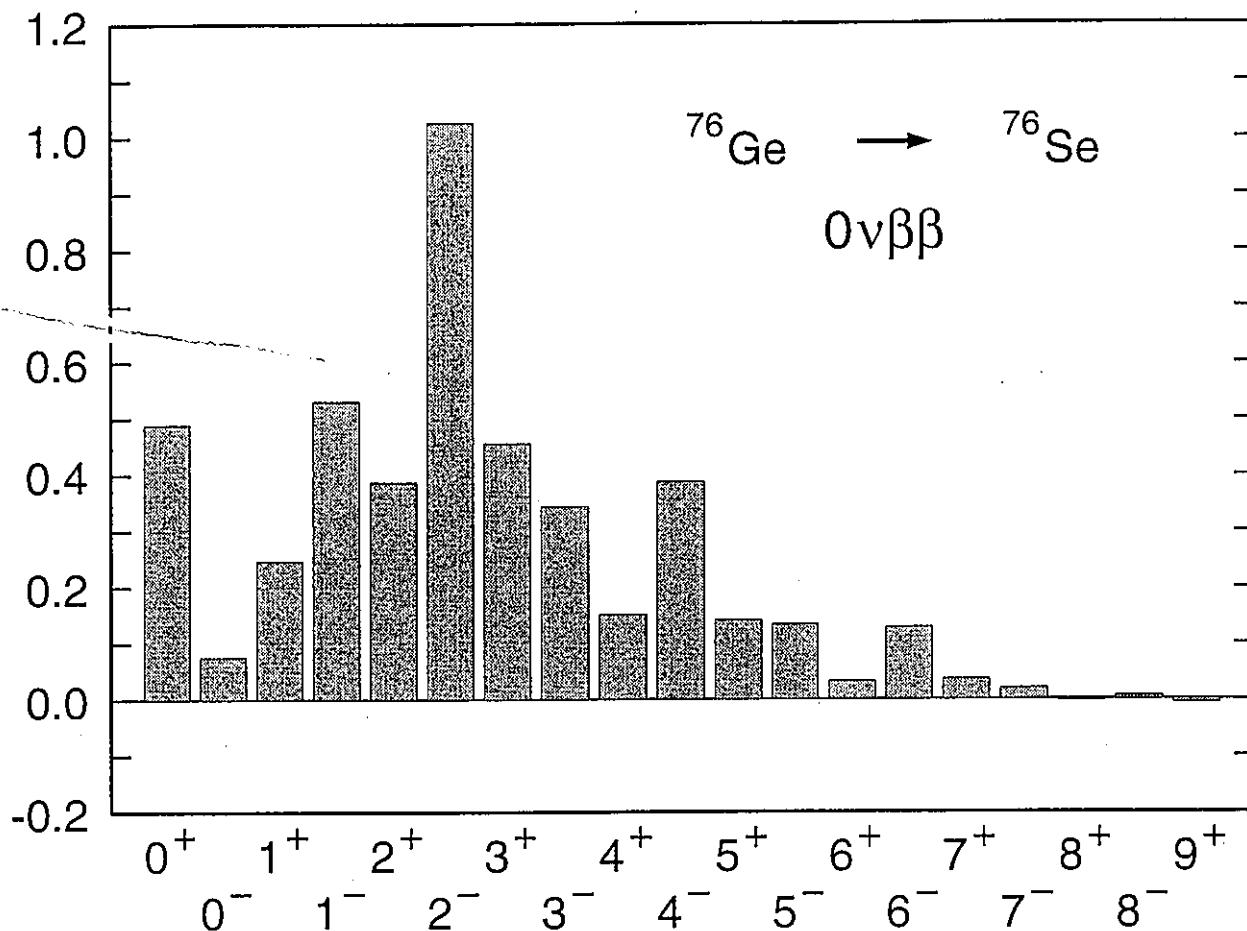
g_{pp} 依存性



$J^\pi = 1^+$ 成分に不定性

5.2 0ν 崩壊モード核行列要素（その3）

J^π 中間状態を経由する成分への分解



同じ符号で寄与

二重ベータ崩壊核行列要素の不定性

核構造計算の予言能力

2ν 崩壊モード

予言能力はほとんどない

0ν 崩壊モード

ニュートリノの質量にして

a factor of two 程度の不定性

$m_\nu = 1.0 \text{ eV}$ のとき

$m_\nu = 0.5 \text{ eV} - 2.0 \text{ eV}$ 程度